

一维测头的螺杆转子齿廓测量

曹新城¹, 余建旬², 邓顺贤², 姚斌¹

¹厦门大学; ²汉江机床有限公司

摘要: 基于一维测头的螺杆转子齿廓测量及数据处理方法, 建立转子螺旋面的数学模型, 计算齿面测量点的坐标值和单位法矢, 提出了转子测量转角的优化算法。根据复杂曲面测量原理及误差补偿理论给出了测量数据的处理方法, 得出转子齿廓制造误差, 指导了转子的精密磨削制造。现场转子齿廓测量结果验证了该测量方法的可行性与正确性。

关键词: 螺杆转子; 齿廓误差; 一维测头; 测头补偿

中图分类号: TG806; TH124; TB92

文献标志码: A

Profile Measurement in Screw Rotor by 1D Contact Probe

Cao Xincheng, Yu Jianxun, Deng Shunxian, Yao Bin

Abstract: A measuring method and data processing of profile error of screw rotor based on one-dimensional probe is presented and investigated. On the basis of the mathematic model of screw rotor, the coordinate values and normal directional cosine of the measured points are calculated, and the rotation angles of rotor are optimized. The formula of error compensation is established and the real normal directional deviation is obtained by means of the three-dimensional measurement principle of complex surface and the theory of error compensation. The measurement comparison experiments of the one-dimensional probe in prototype of measuring center with that of the three-dimensional probe in P65 have been done. The results of two measurements show a good agreement and prove that the measuring method with the one-dimensional probe are accurate and feasible.

Keywords: screw rotor; profile error; one-dimensional probe; probe compensation

1 引言

螺杆转子精加工普遍采用成型砂轮磨削, 转子齿廓的高精度、高效率测量是其中的难点问题。对于复杂曲面接触式测量, 目前普遍采用三维测头, 国内外学者在该领域取得了一系列成果。文献[1]基于五轴联动三坐标测量机提出了一种任意自由曲面的自动扫面路径规划系统。蔺小军等^[2]提出了一种航空发动机叶片型面的流道线测量路径及基于轮廓度误差评定叶片型面精度的方法。Stojadinovic S. M. 等^[3]提出了一种针对于箱体类零件的自动无干涉算法。杨天龙等^[4]基于三维测头的随动算法, 实时调整测头逼近方向和步距, 在三坐标测量机上实现了阳转子的齿廓测量。较之三维测头, 一维测头只能沿一个方向自由偏移, 容易超量程或脱离被测曲面, 甚至因为逼近方向不合适或干涉等产生严重接触力和变形。因此, 良好的测量轨迹规划是采用一维测头进行螺杆转子齿廓测量的关键。

本文基于测量中心样机的运动形式建立转子数学模型, 综合考虑测头与转子之间的干涉和测量点

齿面法矢与测头测量方向的夹角, 对测量轨迹与转子转角进行优化求解, 给出了数据处理方法, 通过测量试验验证了该测量方案可快速实现转子轮廓的一维高精度测量。

2 测量原理与流程

图1为四轴联动螺杆转子测量中心样机, 主要由串联垂直布置的三个直线轴(X, Y, Z)、轴线与 Z 轴垂直的回转轴(C)和旋转式一维测头组成。 X, Y, Z 三个直线轴均配有直线光栅作为完全位置反馈, 满足螺杆转子测量仪传动系统刚度高、响应快、定位精度高、稳定性好的要求。回转轴 C 由力矩电机直驱, 并配有圆光栅作为位置反馈。测头水平安装, 使测量方向平行于 Y 轴, 便于将测量值与 Y 轴坐标值合成求得测头中心坐标^[5]。数据采集模块实时同步采集各轴坐标和测头的偏移量, 通过数据处理得到被测螺杆转子的齿廓误差。

测量流程主要包括坐标系标定、测量位置调整、自动测量与数据报表四部分。为避免装夹定位误差的影响, 选择转子两端安装轴的截圆进行多点定中心, 基于上下两圆心建立测量坐标系。调整各轴位

置,使测头进入待测齿槽中,自动寻边并调整转子 C 轴初始角度,将转子坐标系与测量坐标系重合。从齿根向齿顶逐一测量各齿廓长边与短边,处理数据并给出报表。

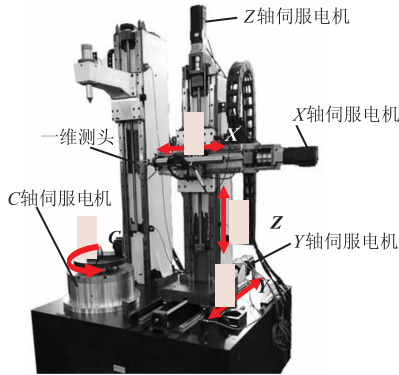


图1 螺杆转子测量仪结构

3 转子数学模型

如图2所示,螺杆转子齿面是端面齿廓型线绕轴线作螺旋运动形成的螺旋面。图中曲线 Γ 为转子齿槽端截面型线, S 为螺杆转子螺旋面,转子坐标系 Z 轴与转子轴线重合, X 轴过型线两端点连线的中点。

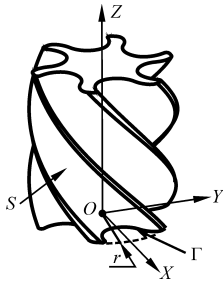


图2 螺杆转子模型

在转子坐标系中,一般采用下式表示螺杆转子端面齿廓型线,同时给出每一段曲线的参数变化范围,即

$$\mathbf{r}(t) = [x(t), y(t)] \quad (t_b \leq t \leq t_e) \quad (1)$$

则螺杆转子螺旋面 S 的方程为^[6]

$$\mathbf{r}(t, \theta) = [x(t) \cos \theta - y(t) \sin \theta] \mathbf{i} + [x(t) \sin \theta + y(t) \cos \theta] \mathbf{j} \pm [p\theta] \mathbf{k} \quad (2)$$

式中, p 是螺旋参数,设螺杆转子的导程为 p_z ,则 $p = \frac{p_z}{2\pi}$; θ 为螺旋线绕 z 轴转过的角度, $p\theta$ 前的符号表示螺旋线旋向,在笛卡尔右手系中右旋取正,左旋取负。

螺旋面上任意一点 $P(x, y, z)$ 处的齿面法矢 \mathbf{n} 为

$$\mathbf{n} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} \quad (3)$$

将螺旋面的矢函数 $\mathbf{r}(t, \theta)$ 对参数 t 和 θ 求偏导得

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \begin{bmatrix} x'(t) \cos \theta - y'(t) \sin \theta \\ x'(t) \sin \theta + y'(t) \cos \theta \\ \pm p\theta' \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta} = \begin{bmatrix} -x(t) \sin \theta - y(t) \cos \theta \\ x(t) \cos \theta - y(t) \sin \theta \\ \pm p \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{n} = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k} \quad (6)$$

联立式(3)、式(4)、式(5)和式(6),可得

$$\begin{cases} n_x = \pm p [x'(t) \sin \theta + y'(t) \cos \theta] \\ n_y = \mp p [x'(t) \cos \theta - y'(t) \sin \theta] \\ n_z = x(t)x'(t) + y(t)y'(t) \end{cases} \quad (7)$$

令螺杆转子螺旋面单位法矢为 \mathbf{e} ,则有

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \frac{n_x}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \\ \frac{n_y}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \\ \frac{n_z}{\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}} \end{bmatrix} \quad (8)$$

4 测量位姿规划

一维测头转子齿廓测量关键在于规划测量过程中测头与转子的相对位置与姿态。根据螺杆转子的几何特性、测量中心的运动形式和一维测头的工作原理,可分为测量路径规划和 C 轴转角规划两部分。

4.1 测量路径规划

规划测量路径时,路径控制点是控制测头行走轨迹的重要参数,直接关系到测量轨迹能否保证测头球尖始终与齿面相切触,且测头偏移量保持在量程范围内^[7]。选定一个垂直于转子轴线的测量平面,将测量平面内的理论型线等弧长离散得到一系列测量参考点^[8],经测头球尖半径补偿得到一系列路径控制点,之间采用直线插补组成测量轨迹。路径控制点也是测量过程中各轴光栅和测头采集数据的测量点。设测量参考点 $P_s(x_s, y_s, z_s)$ 处齿面的单位法矢为 $\mathbf{e}(e_x, e_y, e_z)$,测头球尖半径为 r ,则对应测量点坐标 $P_q(x_q, y_q, z_q)$ 可由下式计算得出

$$\begin{bmatrix} x_q \\ y_q \\ z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s + e_x(r - \Delta r) \\ y_s + e_y(r - \Delta r) \\ z_s + e_z(r - \Delta r) \end{bmatrix} \quad (9)$$

为确保测量过程中测头球尖与齿面始终切触,

补偿值应略小于球尖半径,式(9) Δr 取值为齿廓法向公差值的两倍。

4.2 C轴转角规划

C轴转角规划的目的在于调整转子与测头的相对姿态。如图3所示,首先应避免测头与转子发生干涉,同时使测量参考点的齿面法矢靠近测头测量方向^[9]。测量过程中,接触点齿面法矢与测头的测量方向不重合会导致接触点偏离理论位置,增加后期数据处理难度。测头的测量方向与测杆轴线垂直,在转子螺旋角确定的情况下,齿廓型线切矢与测杆轴线的夹角决定了齿面法矢与测量方向的夹角,所以齿廓型线切矢与测杆轴线的夹角应不超过限定范围。同时测头与齿面的接触压力角应在测头允许范围内^[1],测量过程中误差增大时,测头被动偏移,压力角越大,测头与转子齿面的摩擦力越大,加剧测头磨损,降低测头灵敏度。接触压力角为测头相对于转子的运动方向与测杆轴线的夹角,所以同样要求齿廓型线切矢与测杆轴线夹角在限定范围内。

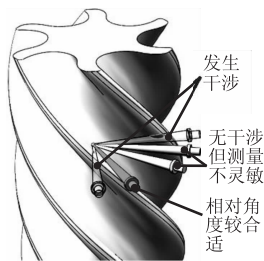


图3 测头与转子相对姿态三维模型

针对类似的干涉处理技术,Ding H. 等^[10]和Ye Ding 等^[11]基于距离函数(Distance Function-DF)有效避免了叶轮铣削过程中铣刀与零件的局部干涉和整体干涉问题。接触式测量与数控铣削的路径规划原理相近,参照其方法可以避免测杆与转子的干涉,然而该方法需要求解测头与工件表面空间点云的距离函数,导致极大的计算量。本文针对螺杆转子螺旋齿面,将三维空间干涉问题简化为二维廓形干涉求解,将测头方向固定、转子转动的机床运动形式转换为转子固定、测头绕球尖旋转的形式分析,显著减小了计算量。

如图4所示,曲线为廓型线,测头简化为以测量参考点 P_s 为端点的射线,测头与转子干涉简化为测头射线与齿廓型线相交。以测量参考点 P_s 为极点,以平行于转子坐标系 X 轴的射线 $P_s X_s$ 为极轴,建立极坐标系,将测量参考点的直角坐标转换为极坐标。以逆时针方向为极角正方向,极轴上侧取正值,极轴下侧取负值。测头射线与极轴的夹角定义为测头旋

转角,测头射线位于极轴上方时取正值,位于极轴下方时取负值。

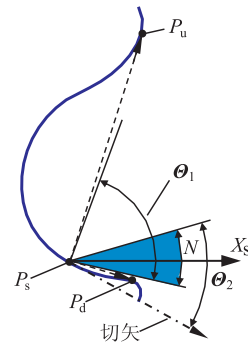


图4 测头与转子相对姿态简化模型

图4中,点 P_u 为极轴上侧测量参考点序列中的极角极小值点,极角为 θ_u ;点 P_d 为极轴下侧测量参考点序列中的极角极大值点,极角为 θ_d 。显然,极轴上方测头射线的旋转角小于 θ_u 时与齿廓型线不再相交,极轴下方测头射线的旋转角大于 θ_d 时与齿廓型线不再相交。考虑测头直径和转子螺旋角的影响,将极值 θ_u 和 θ_d 向零点作一定偏移,得出测头与转子不发生干涉的上下转角范围,如图4中区间 θ_1 所示。

取齿廓端面型线上测量点切矢与测杆轴线夹角的上限为 30° ,确定图4中的区间 θ_2 。对 θ_1 、 θ_2 两区间求交集 N ,则当测头射线位于区间 N 时不与转子干涉,同时测头测量方向与齿面法矢的夹角满足要求。对区间 N 的边界转角取反即得出测量时转子的允许转角范围,若交集为空则该点无法采用一维测头测量。

相比于直线轴联动,旋转轴与直线轴的联动误差更难计算和补偿,在测量过程中应尽量减少 C 轴的运动^[12,13],采用 $X/Y/Z$ 轴联动完成测量。以相近测量点采用相同的 C 轴转角为目标,对 C 轴转角行优化,具体流程如图5所示。其中 i 为测量参考点的序列号, α_i 、 β_i 和 N_i 分别表示第 i 个测量参考点转子转角的上下限与允许区间, Γ 为转子转角优化值寄存变量, γ_i 为第 i 个测量参考点转子转角的优化值。

图6为全部测量参考点的转子转角允许范围和优化结果,横轴为测量参考点的序号。其中点划曲线为转角上限,实线为转角下限,虚线为转子转角优化值,可见仅齿槽底部一小部分测量参考点无法用一维测头测量。优化后 C 轴转角仅改变13次,绝大部分测量参考点采用3个直线轴联动完成测量,优化效果明显。

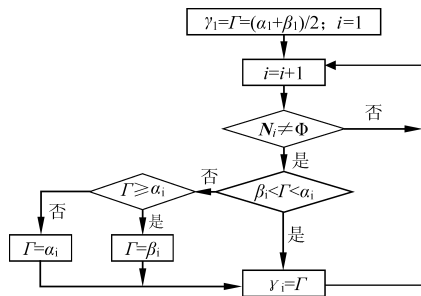


图5 C轴转角优化

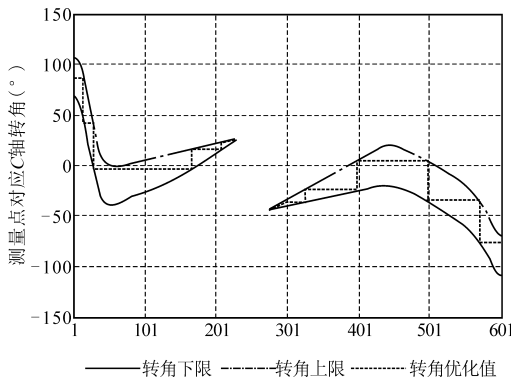


图6 各测量参考点对应C轴转角

5 数据处理

一维测头的偏移量是齿面与测头球尖的实际接触点在测头敏感方向上的偏差值,而转子齿面扭转使接触点一般会偏离测量平面^[14],所以需要测量数据进行处理。测头球尖球面始终与转子齿面相切触,测头球尖的球心 $P'(x', y', z')$ 始终位于转子齿面距离为球尖半径 r 的等距螺旋面上,因此可以采用等距曲面法对测头球尖球心坐标进行半径补偿^[15],得出实际接触点坐标,进而由实际接触点得出齿廓误差。

螺旋面的等距曲面为导程相同的螺旋面,可以基于转子齿面导程和球心坐标建立球心螺旋面数学模型 S^* 。测前半径补偿使球尖的球心偏离测量平面,可按下式进行旋转投影得到球心螺旋面端面型线离散点坐标 $P^*(x^*, y^*, z^*)$ 为

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & z - z_i & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中, $\theta = \pm \left(\frac{z - z_i}{p} \right)$, 螺旋面右旋取正,左旋取负, z 为测量参考点的 Z 轴坐标。

以球心螺旋面端面型线离散点的坐标值 (x_n^*, y_n^*) , $n = 0, 1, \dots, n$ 为节点,以累加弦长 t 为参数,对

转子长边和短边的 x 坐标和 y 坐标进行三次样条插值,设表达式为

$$r^*(t) = [x^*(t), y^*(t)] \quad (11)$$

设 $x^{*n}(t) = M_j (j = 0, 1, 2, \dots, n)$, 令 $h_j = t_{j+1} - t_j$, 由 $x(t_j) = x_j$ 和 $x(t_{j+1}) = x_{j+1}$, $x^*(t)$ 可表示为

$$x^*(t) = M_j \frac{(t_{j+1} - t)^3}{6h_j} + M_{j+1} \frac{(t - t_j)^3}{6h_j} + \left(x_j - \frac{M_j h_j^2}{6}\right) \frac{t_{j+1} - t}{h_j} + \left(x_{j+1} - \frac{M_{j+1} h_j^2}{6}\right) \frac{t - t_j}{h_j}, j = 0, 1, \dots, n-1 \quad (12)$$

利用 $x^{*'}(t_j - 0) = x^{*'}(t_j + 0)$ 可得

$$\begin{bmatrix} 2 & \lambda_0 & & & & \\ \mu_1 & 2 & \lambda_1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & \mu_{n-1} & 2 & \lambda_{n-1} \\ & & & & \mu_n & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ \vdots \\ M_{n-1} \\ M_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, $\mu_j = \frac{h_{j-1}}{h_{j-1} + h_j}$, $\lambda_j = \frac{h_j}{h_{j-1} + h_j}$, $d_j = 6f[t_{j-1}, t_j, t_{j+1}]$ ($j = 1, 2, \dots, n-1$); $\mu_0 = \lambda_0 = 0$, $d_0 = 0$, $d_n = 0$ 。

函数两端采用自由边界条件,得 $M_0 = 0$, $M_n = 0$ 。则线性方程组(13)的系数矩阵严格对角占优,采用追赶法可快速求解,将结果代入式(12)即得 $x^*(t)$ 函数式, $y^*(t)$ 求解方式相同。进而由式(7)和式(8)得出球心螺旋面的单位面法矢 $e^*(e_x^*, e_y^*, e_z^*)$, 由式(9)进行半径补偿得出接触点坐标 $P_i^*(x_i^*, y_i^*, z_i^*)$ 。

$$\begin{bmatrix} x_i^* \\ y_i^* \\ z_i^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s^* - e_x^* r \\ y_s^* - e_y^* r \\ z_s^* - e_z^* r \end{bmatrix} \quad (14)$$

根据式(10)将实际接触点 $P_i^*(x_i^*, y_i^*, z_i^*)$ 旋转投影至测量平面即转子产品齿廓端截形型线的离散数据点坐标。

6 实验验证

应用上述测量与数据处理方法,在四轴联动螺杆转子测量中心样机上进行了螺杆转子齿廓误差测量,某型号阴转子测量结果如图7a所示。为验证测量方法的正确性,将同一转子在德国克林贝格P65测量中心上采用三维测头进行测量,测量结果如图7b所示。图中粗实线为理论端面齿廓型线,细实线为理论型线上采样点的法向误差。可见,除齿底一部分不能测量,采用本文方法使用一维测头测得结果与P65测量中心测量数据一致性较好。齿面部分偏差仅 $\pm 5\%$ 左右,但齿顶部分偏差较大,但不超过10%。

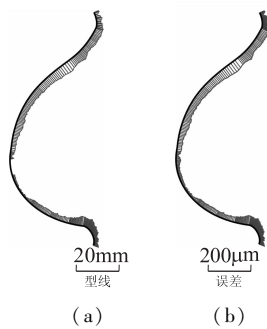


图7 测量结果

综合考虑其原因大致有以下几点:①由图7可见,该转子样品齿顶部分曲率较大,误差波动明显,使用一维测头进行测量时触点偏离严重,实际接触点分布不均匀,影响了后期数据处理三次样条插值的精度,产生较大数据处理误差;②国产螺旋面测量中心样机的机床机械精度和多轴联动控制精度需要进一步提升;③测量中心采用自主研发的数据采集卡,测头偏移数据及各轴光栅位置数据采集的同步性需要进一步检验提升。

通过两种测量结果对比,对机床性能进一步提升后,采用本文方法使用一维测头测量螺杆转子齿面和齿顶的齿廓法向误差完全可以满足要求。

7 结语

本文建立了螺杆转子的数学模型,通过测尖半径补偿与转子转角的优化计算得到了齿廓测量的优化轨迹,给出了使用一维测头测量齿廓法向误差的测量误差补偿方法,最后在自制螺旋面测量中心上使用一维测头实现转子样品的测量,并与德国克林贝格 P65 测量中心的测量结果进行比较分析。实验证明一维测头的螺杆转子齿廓误差测量结果能够满足工程应用需求。

参考文献

- [1] Zhou Z, Zhang Y, Tang K. Sweep scan path planning for efficient freeform surface inspection on five-axis CMM[J]. *Computer Aided Design*, 2016, 77: 1-17.
- [2] 蔺小军, 单晨伟, 王增强, 等. 航空发动机叶片型面三坐标测量机测量技术[J]. *计算机集成制造系统*, 2012, 18(1): 125-131.
- [3] Stojadinovic S M, Majstorovic V D, Durakbasa N M, et al. Towards an intelligent approach for CMM inspection plan-

- ning of prismatic parts[J]. *Measurement*, 2016, 92: 326-339.
- [4] 杨天龙, 赵前程, 尹喜云, 等. 基于虚拟再测量的精密转子轮廓测量技术[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(18): 69-77.
- [5] 郭晓东, 张明德, 张卫青, 等. 锥齿轮齿距及齿形偏差测量与分析方法[J]. *工具技术*, 2009, 43(11): 80-83.
- [6] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2009.
- [7] 魏双羽, 白跃伟, 徐海卫. 三坐标测量程序中路径控制点规划策略[J]. *计量技术*, 2008(6): 34-36.
- [8] 贾春阳, 杨岳, 陈峰. 等弧长原则的 NURBS 曲线离散算法[J]. *计算机工程与应用*, 2014, 50(3): 165-167.
- [9] 李天兴, 邓效忠, 魏冰阳. 基于一维测头准双曲面齿轮齿面偏差的测量[J]. *中国机械工程*, 2007, 18(8): 958-962.
- [10] Ding H, Zhu L M. Global optimization of tool path for five-axis flank milling with a cylindrical cutter[J]. *Science in China*, 2009, 42(8): 903-910.
- [11] Ye Ding, Zhu L M, Han Ding. On a novel approach to planning cylindrical cutter location for flank milling of ruled surfaces[J]. *International Journal of Production Research*, 2009, 47(12): 3289-3305.
- [12] 赵国勇, 赵玉刚, 王士军. 直线轴和旋转轴联动时的轮廓误差耦合控制方法[J]. *计算机集成制造系统*, 2013, 19(11): 2819-2823.
- [13] 周玉清, 陶涛, 梅雪松, 等. 旋转轴与平移轴联动误差的快速测量及溯源[J]. *西安交通大学学报*, 2010, 44(5): 80-84.
- [14] 隋天中, 王忠本. 基于半球形测头的自由曲面截形测量方法[J]. *计量学报*, 2003, 24(3): 174-176.
- [15] 钱涛, 梁成鹏. 双螺杆压缩机转子齿形三坐标测量的半径补偿[J]. *压缩机技术*, 2014(5): 26-29.

第一作者: 曹新城, 硕士研究生, 厦门大学航空航天学院, 361005 福建省厦门市

First Author: Cao Xincheng, Postgraduate, School of Aeronautics and Astronautics, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China

通信作者: 姚斌, 博士, 教授, 厦门大学航空航天学院, 361005 福建省厦门市

Corresponding Author: Yao Bin, Doctor, Professor, School of Aeronautics and Astronautics, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China