

# 球坐标测量系统几何误差辨识及补偿方法

李少博<sup>1</sup>,袁道成<sup>1,2</sup>,何华彬<sup>1</sup>,杜炜<sup>1</sup>

<sup>1</sup>中国工程物理研究院机械制造工艺研究所;<sup>2</sup>西安交通大学

**摘要:** 几何误差是影响球坐标测量系统精度的重要因素,误差补偿技术是提高其测量精度的有效方法。本文针对球坐标测量系统几何误差辨识及补偿问题,提出一种基于高精度球面靶标标定的误差辨识方法。首先,基于 Denavit-Hartenberg 方法建立球坐标测量系统误差模型;其次,分析基于高精度球面靶标标定的误差辨识原理;最后,运用该标定方法进行几何误差辨识仿真试验,并具体分析影响误差辨识精度的因素。仿真结果表明,基于高精度球面靶标的标定方法可以辨识出 7 项几何误差,经过误差辨识和补偿能够提高球坐标测量系统的球面面形测量精度。

**关键词:** 球坐标测量系统;误差补偿;标定

**中图分类号:** TG806;TH741

**文献标志码:** A

## Identification and Compensation Method for Position-independent Geometric Error of Spherical Coordinate Measuring System

Li Shaobo, Yuan Daocheng, He Huabin, Du Wei

**Abstract:** Geometric error is an important factor affecting the accuracy of spherical coordinate measurement system, and error compensation is an effective method to improve its measurement accuracy. Aiming at the problem of position-independent geometric errors identification and compensation of spherical coordinate measuring system, a calibration method based on high precision spherical target is proposed. Firstly, the error model is established. Secondly, the error identification principle based on the high precision spherical target calibration method is analyzed. Finally, the calibration method is used to simulate the position-independent geometric errors, and the factors that influence the accuracy of error identification are analyzed concretely. The simulation results show that the seven position-independent geometric errors can be identified based on the calibration method. Through the position-independent geometric errors identification and compensation, the spherical surface measurement accuracy of the spherical coordinate measuring system can be highly improved.

**Keywords:** spherical coordinate measuring system; geometric error compensation; calibration

## 1 引言

随着现代科技的不断发展,高精度球体类零件在精密仪器、工业制造等诸多领域得到了广泛的应用<sup>[1,2]</sup>,如轴承滚珠、计量标准球、球形黑腔<sup>[3]</sup>和陀螺转子等,对其精度要求也越来越高。对于高精度球面测量的需求,现有的球度测量技术存在诸多不足,如接触式测量造成球面划伤变形、旋转机构引入误差、不能实现全球面或近全球面的测量等<sup>[4]</sup>,球面测量技术亟待发展。

球坐标测量系统<sup>[5,6]</sup>具有结构灵活、易实现自动扫描和非接触式测量的特点,在针对球面和曲面的测量领域具有较大优势<sup>[5]</sup>,将其应用于球面测量领域具有重要意义,但几何误差的存在会对其球面面形测量精度造成影响,因此,为提高球坐标测量系统的球面面形测量精度,误差辨识和误差补偿至关

重要。

球坐标测量系统几何误差可以分为与位置有关的几何误差和与位置无关的几何误差<sup>[7]</sup>。与位置有关的几何误差主要与旋转轴组件本身的缺陷有关,又称为组件误差。与位置无关的几何误差主要是装配等环节存在缺陷造成的<sup>[8]</sup>,又称为位置和方向误差<sup>[9]</sup>(或链接误差<sup>[10]</sup>)。

近年来,旋转轴的运动误差测量一直是国内外学者研究的热点,提出了很多科学有效的测量方法<sup>[11,12]</sup>,而对于球坐标测量系统与位置无关几何误差的分析和测量方法则研究较少。本文主要研究球坐标测量系统与位置无关的几何误差的辨识和补偿方法。

球坐标测量系统与位置无关的几何误差一般作为常量对待,通过改变各级运动链之间的变换关系,最终影响测量系统的测量精度,且很难进行直观检定,这与关节式坐标测量机的结构参数误差性质类似。目前,关节式坐标测量机的结构参数主要通过

标定方法获得,其标定方法主要是基于单点和长度距离的测量,可以分为基于平面<sup>[13]</sup>、距离<sup>[14]</sup>的标定方法、基于单点测量的标定方法<sup>[15]</sup>以及利用特殊装置进行标定的方法<sup>[16,17]</sup>。

借鉴关节式坐标测量机结构参数辨识方法,提出一种基于高精度球面靶标的标定方法以实现球坐标测量系统几何误差的精确辨识,同时分析影响误差辨识精度的因素。仿真结果表明,该标定方法能够实现几何误差的精确辨识,并提高球坐标测量系统的球面面形测量精度。

## 2 系统测量原理与误差分析

### 2.1 系统结构组成与测量原理

针对高精度球面坐标测量需要提出的球坐标测量系统结构见图1。球坐标测量系统由三个测量轴 $\Theta$ 轴、 $\Phi$ 轴和R轴以及球心调节机构组成。其中, $\Theta$ 轴和 $\Phi$ 轴为高精度回转轴,测量 $\theta$ 和 $\phi$ 坐标;R轴为高精度非接触式位移传感器,无运动轴存在,固定于 $\Phi$ 轴上,测量r坐标。球心调节机构为高精度定位台,可以精确定位球心坐标。理想情况下,在装配完成后球坐标测量系统三个测量轴的轴线两两相交,并且汇聚于一点,其中 $\Phi$ 轴轴线垂直于 $\Theta$ 轴和R轴轴线决定的平面。

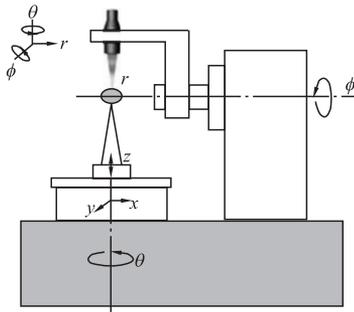


图1 球坐标测量系统结构

在测量球面之前,利用高精度定位台对被测球球心进行调整定位。在进行球面测量时,被测球绕 $\Theta$ 轴旋转,位移传感器绕 $\Phi$ 轴旋转并相对于被测球面作二维回转运动,按照需要测得球面上一系列点的坐标 $(\theta, \phi, r)$ ,经过坐标变换转化为同一坐标系下的三维坐标 $(x, y, z)$ ,进而根据点的三维坐标拟合球面,评价其面形精度。

### 2.2 误差分析

理想情况下,球坐标测量系统三个旋转轴的轴线两两相交,且相交于一点。由于装配等环节存在误差造成三个轴的装配结构形式偏离理想位置,引起轴与轴之间的相对位姿误差,在装配完成后一般

当作常量对待。由于球坐标测量系统的旋转运动使轴线位移误差对测量精度造成影响,因此与三坐标测量机对比,其几何误差不仅包含轴与轴之间的角度误差,还包括轴与轴之间的位移误差。综合考虑轴与轴之间不平行、不垂直以及不相交的结构关系,采用Denavit-Hartenberg方法<sup>[18]</sup>建立球坐标测量系统数学模型。

图2为球坐标测量系统的坐标变换关系示意图。图中标出了测量系统的7项几何误差 $(\alpha, a, \beta, b, \varepsilon, c, d')$ ,表示球坐标测量系统内部结构形式。其中: $a, b, c$ 为相邻两轴轴线之间的位移误差; $\alpha, \beta, \varepsilon$ 为相邻两轴轴线之间的角度误差; $d'$ 为位移传感器零位置误差; $d$ 为位移传感器零点 $O'$ 距坐标系原点 $O_R$ 距离,存在误差 $d'$ 。

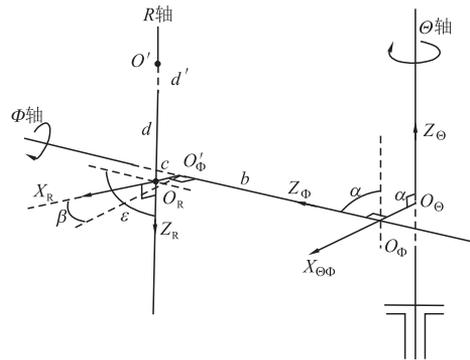


图2 球坐标测量系统数学模型

## 3 误差辨识原理

### 3.1 数学模型

根据D-H方法在三个轴线上建立相应的坐标系 $X_\Theta Y_\Theta Z_\Theta O_\Theta$ 、 $X_\Phi Y_\Phi Z_\Phi O_\Phi$ 和 $X_R Y_R Z_R O_R$ ,对应的齐次坐标变换矩阵分别为 $T_{\Theta\Phi}$ 和 $T_{\Phi R}$ 。图2中,以 $X_\Theta Y_\Theta Z_\Theta O_\Theta$ 坐标系为世界坐标系 $X_w Y_w Z_w O_w$ 。

由图可知,世界坐标系与 $X_R Y_R Z_R O_R$ 坐标系之间的变换关系为

$$[x_w, y_w, z_w, 1]^T = T_{\Theta\Phi} T_{\Phi R} [x_R, y_R, z_R, 1]^T \quad (1)$$

由于 $\Phi$ 轴绕 $\Theta$ 轴有一相对运动,转角为 $\theta$ ,有

$$T_{\Theta\Phi} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos A & \sin\theta\sin A & a\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos A & -\cos\theta\sin A & a\sin\theta \\ 0 & \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由于R轴绕 $\Phi$ 轴有一相对运动,转角为 $-\phi$ ,则有

有

$$T_{\Phi R} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta\cos C & \sin\beta\sin C & c\cos\beta \\ \sin\beta & \cos\beta\cos C & -\cos\beta\sin C & c\sin\beta \\ 0 & \sin C & \cos C & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

位移传感器测量数据设为  $r$ , 则

$$[x_R, y_R, z_R, 1]^T = [0, 0, r-d, 1]^T$$

式中,  $A = \frac{\pi}{2} + \alpha$ ;  $C = \frac{\pi}{2} + \varepsilon$ ;  $(x_w, y_w, z_w)$  为被测点在  $X_w Y_w Z_w O_w$  坐标系中的坐标;  $(x_R, y_R, z_R)$  为被测点在  $X_R Y_R Z_R O_R$  坐标系中的坐标;  $(\theta, \phi, r)$  为角度传感器和位移传感器测量坐标。

在系统装配完成后, 球坐标测量系统 7 项几何误差  $(\alpha, a, \beta, b, \varepsilon, c, d')$  可以认为是固定不变的。一旦装配完成, 再对这些参数进行直接测量非常困难, 因此, 用标定的方法进行参数辨识成为精确确定这些几何误差的有效手段。

### 3.2 标定原理

球坐标测量系统具有 3 个自由度, 通过二维方向的回转运动可以测量球面上的任一点。对于理想球面来说, 球坐标测量系统的测量点都应是球面上的点, 即在世界坐标系下满足理想球面方程。实际上, 由于系统误差和随机误差的影响, 且球面并非完全理想, 球坐标测量系统的测量点不可能全部满足理想球面方程, 存在一定范围的偏差是被允许的。

当系统误差分离较为彻底, 随机误差控制在较小范围时, 球坐标测量系统的测量点与理想球面方程的偏差就会越小, 通过建立测量点坐标与世界坐标系下理想球面方程之间的约束联系, 可以反映球坐标测量系统内部结构形式, 进而可以运用最优化方法求出 7 项几何误差, 由此提出基于高精度球面靶标的标定方法进行几何误差辨识。

图 3 为高精度球面靶标标定方法示意图, 图中球面上虚线所示为位移传感器的取点轨迹。

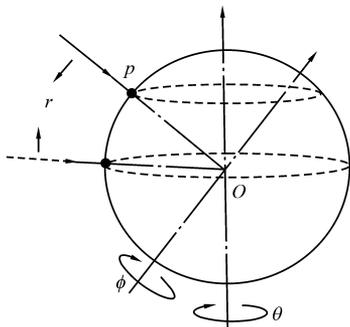


图 3 高精度球面靶标标定方法

将高精度球面靶标通过支撑结构固定于球坐标测量系统测量空间, 通过  $\theta$  轴和  $\phi$  轴旋转运动, 变

换测头空间位置姿态, 并利用位移传感器测量球面靶标上被测点的坐标, 得到一组传感器测量数据  $(\theta, \phi, r)$ , 通过球坐标测量系统坐标变换关系式 (1), 可得被测坐标点在世界坐标系下坐标  $P(x_w, y_w, z_w)$ 。由于测量坐标点位于球面靶标面上, 因此测量点  $P(x_w, y_w, z_w)$  满足如下球面方程

$$(x_w - x_0)^2 + (y_w - y_0)^2 + (z_w - z_0)^2 = R_0^2 \quad (2)$$

式中,  $(x_0, y_0, z_0)$  为世界坐标系下球心坐标;  $R_0$  为已知球面半径。

因此测量点  $P$  到球心的距离  $l$  为

$$l = \sqrt{(x_w - x_0)^2 + (y_w - y_0)^2 + (z_w - z_0)^2} = f(\theta, \phi, r, B) \quad (3)$$

式中,  $(\theta, \phi, r)$  为传感器测量数据;  $B$  为参数向量, 包含 7 个误差参数  $(\alpha, a, \beta, b, \varepsilon, c, d')$  以及球心坐标  $O(x_0, y_0, z_0)$ 。

变换球坐标测量系统空间姿态, 并控制球坐标测量系统在不同姿态下测量球面上  $m$  个坐标点, 则可以得到  $m$  个形如式 (3) 的非线性方程, 即

$$l_i = f(\theta_i, \phi_i, r_i, B) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4)$$

由于目标是参数向量  $B$ , 可以通过式 (2) 和式 (4) 转化为非线性最小二乘问题求解待标定参数, 其最小二乘问题可以表示为

$$\min S = \sum_{i=1}^m (l_i - R)^2 \quad (5)$$

式中,  $S$  为目标函数, 运用最优化算法求解式 (5) 的最小值可以得到待标定参数的最优估计量  $\hat{B}$ 。根据最优估计量  $\hat{B}$  补偿数学模型即可获得精确的球面轮廓。

针对非线性最小二乘问题 (见式 5), 使用 Levenberg-Marquardt<sup>[19]</sup> 算法进行求解, 可以快速、精确地求解参数的最佳拟合值。

## 4 仿真试验

### 4.1 标定数据获取及参数设置

在上述理论分析基础上设计了基于 MATLAB 的球坐标测量系统标定仿真试验。首先, 构造一个理论球坐标测量系统, 设置误差参数的理论值。再改变理论球坐标测量系统三个轴的位置姿态, 以模拟实际球坐标测量系统内部结构形式, 此时, 球坐标测量系统各误差参数相对于理论值存在一个偏差, 记录下实际球坐标测量系统各误差参数数值; 然后, 通过  $\theta$  轴和  $\phi$  轴的配合运动得到球面上均匀分布的 288 个测量点, 根据数学模型 (式 1) 和约束条件 (式 2) 即可获取传感器测量理想数据; 最后, 对每组

传感器理想数据加入一定幅值随机误差,用来模拟实际测量时获取的测量数据,以此作为仿真标定数据。

在理想情况下,球坐标测量系统相邻两轴两两相交且三轴轴线交于一点,因此设置球坐标测量系统误差参数理论值和实际值见表1。

表1 误差参数理论值与实际值

参数	$\alpha(^{\circ})$	$a(\text{mm})$	$\beta(^{\circ})$	$b(\text{mm})$	$\varepsilon(^{\circ})$	$c(\text{mm})$	$d'(\text{mm})$
理论值	0	0	0	0	0	0	0
实际值	0.02	0.002	0.02	0.002	0.02	0.002	-0.062

### 4.2 标定结果分析

在对球坐标测量系统进行球面面形测量时,球面靶标的偏心值是一个变量因素,因此为了仿真试验的全面性,需要对不同球面靶标偏心值情况进行标定试验。

仿真中,考虑随机误差的影响,重复进行1000次标定计算,求得球面靶标在不同偏心情况下误差参数的平均值。求解时,用理论值作为迭代初值(见表1)。球坐标测量系统误差参数的实际值和标定计算平均值见表2。

表2 球面靶标不同偏心值情况下误差参数标定计算平均值

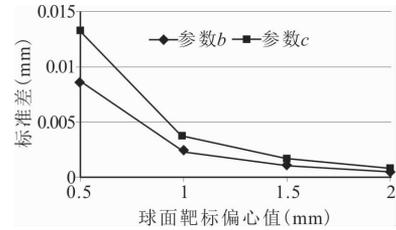
参数	实际值	标定计算平均值			
		偏心 0.5mm	偏心 1mm	偏心 1.5mm	偏心 2mm
$\alpha(^{\circ})$	0.020	0.020017	0.020005	0.019999	0.019993
$a(\text{mm})$	0.002	0.002000	0.002000	0.002000	0.002000
$\beta(^{\circ})$	0.020	0.024341	0.020249	0.020058	0.019811
$b(\text{mm})$	0.002	0.002109	0.001907	0.001989	0.001982
$\varepsilon(^{\circ})$	0.020	0.019619	0.020349	0.020043	0.020075
$c(\text{mm})$	0.002	0.003134	0.002065	0.002016	0.001950
$d'(\text{mm})$	-0.062	-0.061996	-0.062000	-0.062000	-0.062000

分析表2数据可知,在偏心值为2mm时,各参数最大误差仅为2.5%,证明了本文标定方法和标定算法的正确性。而在球面靶标偏心值为0.5mm时,标定计算平均值与实际值最大误差达到了56.7%。通过对比不同偏心值情况下误差参数标定计算平均值与实际值的偏差大小可得,球面靶标偏心值影响7项几何误差辨识精度,随着球面靶标偏心的增大,误差辨识精度逐渐提高。

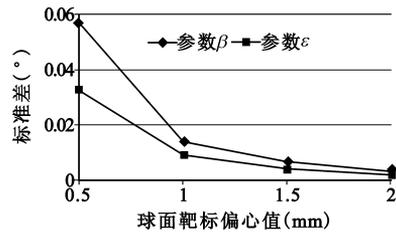
仿真中发现,球面靶标偏心值不仅影响误差辨识精度,同时影响误差辨识结果的稳定性,为了验证此结论,以不同球面靶标偏心值情况下、1000次重复试验中误差参数标定结果的标准差(Standard Deviation)为指标,评价标定结果的稳定性。

如图4所示,由于其中三个误差参数的标准差接近于零,因此只给出其它四个误差参数的标准差随球面靶标偏心值的变化曲线。由图4可知,随着

球面靶标偏心值的增大,误差参数标准差值逐渐减小,标定结果离散程度降低,证明了标定结果稳定性随球面靶标偏心值的增大而逐渐提高。



(a) 距离参数标准差



(b) 角度参数标准差

图4 球面靶标偏心对几何误差辨识稳定性影响

### 4.3 试验准确性评估

为了验证7项几何误差标定结果对球坐标测量系统测量精度的影响,分别用7项几何误差参数的理论值和标定计算值(偏心2mm情况下)补偿数学模型,同时处理另外10个不同球心位置被测球的测量理想数据,评定其球度,对比两组误差参数求得的球度误差。其中,被测球的理想球度为零(见表3)。被测球编号1-10对应10个不同球心位置的被测球,且被测球偏心值由小增大。

表3 标定前与标定后计算球度误差对比 ( $\mu\text{m}$ )

被测球编号	标定前	标定后
1	1.786	0.00529
2	1.796	0.00541
3	1.811	0.00541
4	1.828	0.00558
5	1.842	0.00606
6	2.641	0.01656
7	3.097	0.02519
8	3.256	0.02927
9	3.306	0.03838
10	3.528	0.04541

由表3可知,根据7项几何误差标定值计算求得的被测球球度误差远远小于根据理论参数计算的结果。同时,7项几何误差辨识结果补偿数学模型后,能够很大程度提高球坐标测量系统的球面面形测量精度。

## 5 结语

针对球坐标测量系统几何误差辨识及补偿问

题,借鉴机器人和关节式坐标测量机结构参数辨识方法,提出一种基于高精度球面靶标标定的几何误差辨识方法,并验证了该标定方法的正确性,同时证明了球面靶标偏心值是影响误差辨识精度和辨识结果稳定性的关键因素。

仿真试验证明,该标定方法能够精确辨识球坐标测量系统的7项几何误差,随着球面靶标的偏心值越大,误差辨识精度越高,误差辨识结果稳定性越好。

经过几何误差补偿后的数学模型能够很大程度提高球坐标测量系统的球面面形测量精度。同时,该标定方法同样适用于其它类型测量系统误差辨识或关节式测量机参数辨识问题,标定过程简单、准确。

### 参考文献

- [1] 刘冰. 基于精密球面磨床的球度在位测量方法研究[D]. 上海:上海交通大学,2010.
- [2] Liu J, Jiang Y, Ding C. The high precision measurement system of gyro rotor's surface[C]. International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, 2008:1321-1324.
- [3] Lan K, Liu J, Li Z, et al. Progress on octahedral spherical hohlraum study[J]. Matter & Radiation at Extremes, 2016, 1(1):8-27.
- [4] 朱训生,王超. 各种球度测量方法的分析与展望[J]. 机械制造, 2003, 41(9):34-35.
- [5] 呼刚义. 球坐标测量机器人的误差分析与补偿[D]. 西安:西安理工大学,2005.
- [6] 张国雄. 坐标测量技术发展方向[J]. 红外与激光工程, 2008(S1):1-5.
- [7] Abbaszadeh-Mir Y, Mayer J R R, Cloutier G, et al. Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar[J]. Int J Prod Res, 2002, 40(18):4781-4797.
- [8] Lee K I, Yang S H. Robust measurement method and uncertainty analysis for position-independent geometric errors of a rotary axis using a double ball-bar[J]. Int. J. Precis Eng. Manuf., 2013, 14(2):231-239.
- [9] ISO 230-1 (2012). Test code for machine tools-part 1:geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions.
- [10] Zargarbashi S H H, Mayer J R R. Single setup estimation of a five-axis machine tool eight link errors by programmed end point constraint on the fly measurement with capball sensor[J]. Int. J. Mach Tools Manuf., 2009, 49(10):759-766.
- [11] Sitong Xiang, Jianguo Yang. Using a double ball bar to measure 10 position-dependent geometric errors for rotary axes on five-axis machine tools[J]. Int. J. Adv. Manuf. Technol, 2014, 75:559-572.
- [12] Zhenjiu Zhang, Hong Hu. Three-point method for measuring the geometric error components of linear and rotary axes based on sequential multilateration[J]. J. MechSci. Technol, 2013, 27(9):2801-2811.
- [13] Tang Geo Ry, Liu Lu Sin. A study of three robot calibration methods based on flat surfaces[J]. Mech. Mach. Theory, 1994, 29(2):195-206.
- [14] 程文涛,费业泰,于连栋. 高斯—牛顿法在关节式柔性三坐标测量机参数辨识中的应用[J]. 工具技术, 2008, 42(2):67-69.
- [15] 高贯斌,王文,林铿,等. 应用改进模拟退火算法实现关节臂式坐标测量机的参数辨识[J]. 光学精密工程, 2009, 17(10):2499-2505.
- [16] Kovac I, Frank A. Testing and calibration of coordinate measuring arms[J]. Precision Engineering, 2001, 25(2):90-99.
- [17] Kovac I, Klein A. Apparatus and a procedure to calibrate coordinate measuring arms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 48(1):17-32.
- [18] J Denavit, R S Hartenberg. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices[J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 22(2):215-221.
- [19] 马昌凤. 最优化方法及其 Matlab 程序设计[M]. 北京:科学出版社,2010.

第一作者:李少博,硕士,中国工程物理研究院机械制造工艺研究所,621000 四川省绵阳市

First Author: Li Shaobo, Master, Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621000, China