

# 基于正多边形搜索算法的圆度误差评定

王生怀<sup>1,2</sup>, 王杰<sup>2</sup>, 徐风华<sup>1</sup>

<sup>1</sup>湖北汽车工业学院; <sup>2</sup>华中科技大学

**摘要:** 针对求解圆度误差计算复杂的问题,采用正多边形搜索算法进行圆度误差评定,并详细论述了该圆度误差评定方法的原理和计算步骤。该方法先以被评定圆的最小二乘圆圆心为中心,设置一定边长的正多边形,再分别以各正多边形顶点为圆心,计算被评定圆各测量点的半径值。通过多次比较、判断和设置正多边形,获得符合相关标准规定的圆度误差值。仿真和实验结果表明,提出的基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法能实现圆度误差的精确评定。

**关键词:** 圆度误差;圆度评定;正多边形;搜索算法

**中图分类号:** TG702;TH161

**文献标志码:** A

## Roundness Error Evaluation Based on Equilateral Polygon Search Algorithm

Wang Shenghuai, Wang Jie, Xu Fenghua

**Abstract:** For the complex problem of calculating roundness error, the equilateral polygon search algorithm is used for roundness error evaluation. The principle and calculation steps of the evaluation method for roundness error are described in detail. The proposed method is that a series of certain length of equilateral polygons are set with the center of the least square circle of the evaluated circle firstly, the radius values of every evaluated points are calculated using every vertex of the equilateral polygon as the new center secondly. Roundness error values according to relevant standards are obtained through some times of comparing, judging and setting the equilateral polygons. Simulation and experiment results indicate that the precision evaluation of roundness error can be satisfied by the introduced evaluation method of roundness error based on equilateral polygon search algorithm.

**Keywords:** roundness error; roundness evaluation; equilateral polygon; search algorithm

## 1 引言

圆度误差是实际被评定圆对理想圆的允许变动量,用于限制回转轴径向截面(即垂直于轴线的截面)的形状误差<sup>[1]</sup>。圆度误差的评定以某一特定圆心为评定圆心,采用包容被评定轮廓的两同心圆的最大半径与最小半径之差来计算。

常用的圆度误差评定方法包括最小二乘法、最小区域法、最小外接圆法和最大内接圆法。最小二乘法算法简便易行且应用普遍,但不满足圆度误差评定准则的最小条件,且最小二乘法的非线性问题对实际测量带来了不便<sup>[2]</sup>。最小外接圆法、最大内接圆法和最小区域法不同于最小二乘法,不能以简单的数学模型表示<sup>[3]</sup>,也没有固定的解析式<sup>[4]</sup>,但可以使用特殊的算法得出圆度误差结果。

针对圆度误差的评定,已有文献给出了多种算法,这些算法的核心思想是以被评定圆的轮廓的最

小二乘圆心为初始点,以半径或者半径差作为优化指标,采用各种有效的优化算法搜索符合圆度误差评定定义的包容圆的圆心<sup>[5,6]</sup>,如虚拟中心法<sup>[7]</sup>、遗传算法<sup>[8]</sup>、仿增量算法<sup>[9]</sup>、逐步二次规划<sup>[10]</sup>、网格搜索算法<sup>[11,12]</sup>、计算几何算法<sup>[13,14]</sup>和误差分离法<sup>[15]</sup>等。在优化搜索过程中,往往需要重新选择步长和确定下一步的移心方向,算法比较繁琐,且不直观,特别是当测量点的个数比较多时,就会增加求解圆度误差值的复杂度。

## 2 圆度误差评定方法原理

针对上述圆度误差评定问题,提出了一种基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法。该方法以回转体工件截面最小二乘圆圆心  $O_0(x_0, y_0)$  为起始点,以某一长度(例如采用最小二乘法计算获得的圆度误差值  $F_{cs}$  或者根据加工条件初步估计的圆度误差值)为边长设置正多边形,分别以该正多边形各个顶点为圆心,计算所有测量点  $P_i(\mu_i, v_i)$  到各个圆心的半径值,并计算出以该正多边形各个顶点为圆心时的最大半径值、最小半径值以及半径的极差值。根据最小区域法、最小外接圆法、最大内接圆法

基金项目: 国家自然科学基金(51475150, 51675167); 中国博士后科学基金(2011M501199); 湖北省教育厅科研项目(Q20171805、D20141802)

收稿日期: 2018年4月

等圆度误差评定方法的定义确定相对应的圆心坐标,从而计算需评定的圆度误差值,如图1所示。

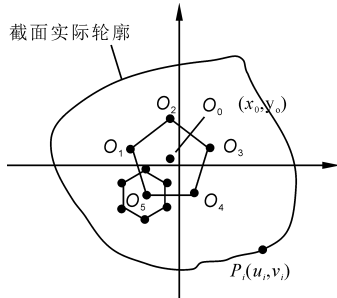


图1 正多边形搜索算法原理

### 3 圆度误差评定方法步骤

步骤1:采用最小二乘法计算出被测回转体截面轮廓的最小二乘圆圆心坐标  $O_0(x_0, y_0)$  以及最小二乘圆度误差值  $F_{cls}$ , 有<sup>[16]</sup>

$$x_0 = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \Delta R_i \cos \theta_i, y_0 = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \Delta R_i \sin \theta_i \quad (1)$$

$$F_{cls} = \max \{ \Delta R_i + x_0 \cos \theta_i + y_0 \sin \theta_i \} - \min \{ \Delta R_i + x_0 \cos \theta_i + y_0 \sin \theta_i \} \quad (2)$$

式中,  $\theta_i$  为回转角;  $\Delta R_i$  为此时传感器测得数据, 即相对矢径误差。

步骤2: 以最小二乘法计算得到的圆心坐标  $O_0(x_0, y_0)$  为基点, 以采用最小二乘法评定得到的圆度误差值  $F_{cls}$  (或者根据加工条件等估计的圆度误差值) 为边长构造正多边形及其顶点, 各顶点坐标  $O_i(x_i, y_i)$  为

$$x_i = x_0 + F_{cls} \cos \left[ \frac{2\pi}{m}(i-1) \right], y_i = y_0 + F_{cls} \sin \left[ \frac{2\pi}{m}(i-1) \right], i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

步骤3: 分别以各顶点  $O_i(x_i, y_i)$  为圆心, 计算所有测点到该圆心的半径值并计算此圆心下的最大半径  $R_{max}$ 、最小半径  $R_{min}$  和半径极差值  $\Delta R_{min}$ 。因此依步骤2 可分别得到  $m$  个最大半径、最小半径和半径极差值。

#### (1) 最小外接圆法

比较以正多边形各个顶点为圆心得到的最大半径  $R_{max}$ , 所得最小值为被评定圆轮廓的最小外接圆的半径, 用符号  $R_c$  表示, 该半径对应的顶点即为最小外接圆的圆心, 用点  $(x_c, y_c)$  表示, 与此圆圆心相对应的被评定圆轮廓的最小半径用符号  $r_c$  表示。根据最小外接圆法的定义可得最小外接圆法圆度误差值  $F_{MCC}$  为

$$F_{MCC} = R_c - r_c \quad (4)$$

#### (2) 最大内接圆法

比较以正多边形各个顶点为圆心得到的最小半径  $R_{min}$ , 所得最大值为被评定圆轮廓的最大内接圆的半径, 用符号  $r_1$  表示, 该半径对应的顶点即为最大内接圆的圆心, 用点  $(x_1, y_1)$  表示; 与此圆圆心相对应的被评定圆轮廓的最大半径用符号  $R_1$  表示。根据最大内接圆法的定义可得最大内接圆法圆度误差值  $F_{MIC}$  为

$$F_{MIC} = R_1 - r_1 \quad (5)$$

#### (3) 最小区域法

比较以正多边形各个顶点为圆心得到的各个半径极差值  $\Delta R_{min}$ , 其最小值  $\min(\Delta R_{min})$  即为包容该被评定的圆轮廓的最小区域的宽度, 所对应顶点即为最小区域圆圆心, 用  $(x_z, y_z)$  表示, 则最小区域法下的圆度误差评定值  $F_{MZC}$  为

$$F_{MZC} = \min(\Delta R_{min}) \quad (6)$$

为提高计算精度, 可在步骤2 中以各正多边形顶点为参考点设置边长更小的正多边形, 重复计算。当最大半径  $R_{max}$  中次小值与最小值非常接近, 如二者之差  $\delta_1 < \delta_0$  ( $\delta_0 = 0.0001$ ) 时, 可认为此时的最小外接圆法圆度误差值已十分接近符合该方法的真值, 此时得到的最小半径之差即为最小外接圆法的圆度误差。当最小半径  $R_{min}$  中最大值与次大值非常接近, 如二者之差  $\delta_2 < \delta_0$  ( $\delta_0 = 0.0001$ ) 时, 可判定该情况下的最大内接圆法圆度误差值已十分接近符合此法下的真值, 此时的最小半径差即最大内接圆法圆度误差; 当半径极差值  $\Delta R_{min}$  中次小值与最小值非常接近, 如二者之差  $\delta_3 < \delta_0$  ( $\delta_0 = 0.0001$ ) 时, 可判定该情况的最小区域法圆度误差值已十分接近符合该方法的真值, 此时得到的最小半径之差即最小区域法的圆度评定误差。

圆度误差正多边形搜索法程序流程见图2。该算法中正多边形边数可自由设置, 边数设置较少时, 步骤3 计算量较小, 但迭代次数较多, 边数设置较多时反之, 总体计算量不变, 总体计算量和精度判断条件有关。通过在 MATLAB 程序中设置不同正多边形边数, 计算同一数据的程序运行时间结果也表明, 边数的设置和程序的运行时间非正相关, 见表1。

表1 程序运行时间 ( $\mu s$ )

正多边形边数	3	5	8	12	24
最小区域法	19.8227	18.9697	17.7997	16.5253	16.8325
最大内接圆法	47.4475	47.5583	46.4823	47.4087	48.1317
最小外接圆法	28.5558	28.1269	29.1661	29.6713	28.7379

### 4 正多边形搜索法仿真验证

通常采用圆度仪回转传感器测头或工件记录回转一周过程中测量截面各点的半径差,绘制极坐标图评定圆度误差<sup>[17]</sup>。因此,按此测量原理设置基圆直径 5mm,由 MATLAB 生成随机数功能<sup>[18]</sup>生成各点的半径差,即相对矢径误差,均匀采集 12 个数据,如表 2 所示。

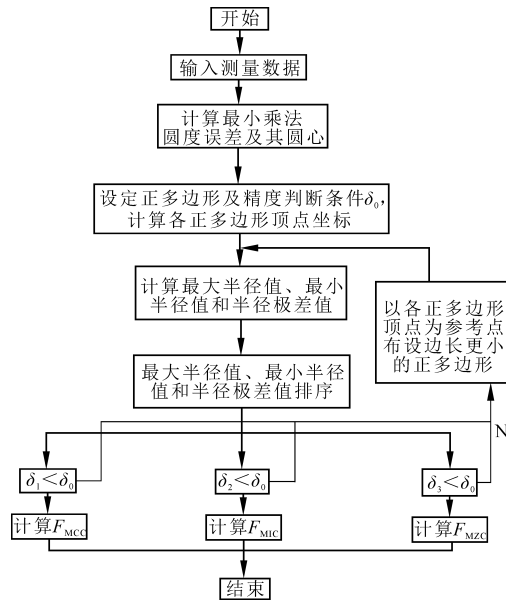


图 2 正多边形搜索法程序流程

表 2 仿真数据表

测量序号	角度坐标 (°)	相对矢径误差 (mm)	测量序号	角度坐标 (°)	相对矢径误差 (mm)
1	0	-0.1093	7	180	0.0751
2	30	-0.0434	8	210	0.1778
3	60	-0.0168	9	240	0.1223
4	90	-0.0219	10	270	-0.1283
5	120	0.0541	11	300	-0.233
6	150	0.0389	12	330	0.0902

将此组数据导入到评定算法程序中计算三种评定方法结果及其圆心坐标值,正多边形数设置为 8,精度判断条件为 0.0001;同时将数据导入到 AutoCAD 中,通过绘图法得出三种评定方法结果及其圆心坐标值,其结果见表 3。

从表 3 中数据可以看出,采用正多边形搜索法得到的圆度误差评定结果与采用最小区域法、最小外接圆法和最大内接圆法通过 AutoCAD 软件绘图得到的圆度误差评定结果相比,误差很小,相对误差小于 0.2%,可见基于正多边形搜索算法得出的圆度误差的评定结果准确度很高。采用正多边形搜索法得到的三种评定方法的包容被评定轮廓两同心圆

圆心与通过 AutoCAD 软件绘图得到的包容被评定轮廓同心圆圆心坐标基本是一致的,两者之间的偏差很小,相对误差小于 0.5%,基于正多边形搜索算法得出的同心圆圆心坐标结果准确度很高。圆度误差正多边形搜索算法精度判断条件设置为 0.0001,可以满足精确评定圆度误差的要求,不需要再通过减小精度判断条件值来获得更高的精度而增加圆度误差程序计算量和评定时间。

表 3 两种方法结果对比

	算法评定结果(mm)	画图评定结果(mm)	评定结果误差(mm)	评定结果相对误差
最小区域法	0.3101	0.3099	-0.0002	0.07%
最小外接圆法	0.3711	0.3708	-0.0003	0.08%
最大内接圆法	0.3431	0.3427	-0.0004	0.12%
	算法圆心坐标(mm)	画图圆心坐标(mm)	圆心坐标误差(mm)	圆心坐标相对误差
最小区域法	(-0.0511, 0.0874)	(-0.0510, 0.0872)	(0.0001, -0.0002)	(0.196%, 0.229%)
最小外接圆法	(-0.0495, -0.0763)	(-0.0493, -0.0764)	(0.0002, -0.0001)	(0.405%, 0.131%)
最大内接圆法	(-0.1274, 0.0712)	(-0.1272, 0.0710)	(0.0002, -0.0002)	(0.157%, 0.282%)

表 4 圆度仪测得数据

测量序号	角度坐标 (°)	相对矢径误差 (μm)	测量序号	角度坐标 (°)	相对矢径误差 (μm)
1	0	7	26	180	-7
2	7.2	4	27	187.2	3
3	14.4	15	28	194.4	17
4	21.6	3	29	201.6	16
5	28.8	10	30	208.8	13
6	36	17	31	216	7
7	43.2	10	32	223.2	14
8	50.4	11	33	230.4	14
9	57.6	9	34	237.6	19
10	64.8	7	35	244.8	7
11	72	13	36	252	6
12	79.2	13	37	259.2	9
13	86.4	14	38	266.4	5
14	93.6	7	39	273.6	4
15	100.8	4	40	280.8	3
16	108	-3	41	288	1
17	115.2	-10	42	295.2	-4
18	122.4	-24	43	302.4	-4
19	129.6	-18	44	309.6	-10
20	136.8	-18	45	316.8	-5
21	144	-15	46	324	-15
22	151.2	-17	47	331.2	-21
23	158.4	-16	48	338.4	-12
24	165.6	-9	49	345.6	-25
25	172.8	-4	50	352.8	-4

### 5 实验验证

将 φ40 × 100 的圆柱棒放置在 Taylor Hobson 公司的 Talycenta51 圆度仪的工作台上,调整其轴线与

量仪的回转轴同轴。记录圆柱棒在回转一周过程中,上端 100mm 处截面各点的相对矢径误差,测量结果见表 4。分别使用该圆度仪配套的计算机上的软件评定圆度误差值和基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法评定圆度误差值,计算结果如表 5 所示。

表 5 评定结果对比

	算法评定结果(mm)	圆度仪评定结果( $\mu\text{m}$ )	评定结果误差(mm)	评定结果相对误差(%)
最小区域法	42.2	43	-0.8	1.86
最小外接圆法	44.3	44	0.3	0.68
最大内接圆法	95.4	94	1.4	1.48
	算法圆心坐标(mm)	圆度仪圆心坐标(mm)	圆心坐标误差(mm)	
最小区域法	(-0.00099, 0.00045)	(-0.0010, 0.0005)	(-0.00001, -0.00005)	
最小外接圆法	(0.0012, -0.0025)	(0.0015, -0.0030)	(-0.0003, 0.0005)	
最大内接圆法	(0.2362, 0.4087)	(0.2346, 0.4053)	(0.0016, 0.0034)	

考虑到该仪器的分辨率为 $0.05\mu\text{m}$ ,从表 5 的评定结果对比可得,在使用同种评定方法的前提下,采用基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法评定圆度误差与采用圆度仪自带的软件评定得到的结果相差很小,相对误差也很小,得到的包容被测轮廓两同心圆圆心坐标值也相差不大,特别是通过最小区域法得到的圆心坐标与仪器自带软件系统评定的圆心坐标的差值未超过仪器的分辨率,可见,基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法能实现圆度误差的准确评定。

## 6 结语

本文提出基于正多边形搜索算法的圆度误差评定方法,以被评定圆的最小二乘圆圆心为中心,设置一定边长的正多边形,再分别以各正多边形顶点为圆心,计算被评定圆各测量点的半径值。

通过多次比较、判断和设置正多边形,获得符合相关标准规定的圆度误差值。该方法原理简单,易于实现,通用性强,为解决圆度误差的精确评定提供了新的途径,并可在实际应用中为其他形位误差的评定提供借鉴。仿真和实验结果表明,所提出的评定方法能满足圆度误差的准确评定要求。

## 参考文献

[1] 谢铁邦,李柱,席宏卓. 互换性与技术测量[M]. 武汉:华

中科技大学出版社,1998.

- [2] 黄富贵,郑育军. 基于区域搜索的圆度误差评定方法[J]. 计量学报,2008,29(2):117-119.
- [3] 康牧. 一种测试圆度的新算法[J]. 河南师范大学学报,2005,33(1):133-135.
- [4] 丁鹤龄. 高等数学[M]. 北京:高等教育出版社,1989.
- [5] 刘书桂,杨芳,邹志华. 等. 计算几何在测试计量技术中的应用—求解最大内接圆[J]. 仪器仪表学报,1998,19(6):576-580.
- [6] 范淑果,郝宏伟,杨建芳,等. 最大内接圆法评定圆度误差值的程序设计技术[J]. 燕山大学学报,2005,29(3):264-266.
- [7] 彭晓南,刘飞,陈敏,等. 最大内接圆法内孔截面圆度误差评价与实现[J]. 机械科学与技术,2008,27(10):1212-1215.
- [8] 崔长彩,车仁生,叶东. 基于遗传算法的圆度误差评估[J]. 光学精密工程,2001,9(6):499-505.
- [9] 岳武陵,吴勇. 基于仿增量算法的圆度误差快速准确评定[J]. 机械工程学报,2008,44(1):87-91.
- [10] Sun Yuqin, Che Rensheng. Novel method for solving maximum inscribed circle[J]. Optics and Precision Engineering,2003,11(2):181-187.
- [11] 雷贤卿,畅为航,薛玉君,等. 圆度误差的网格搜索算法[J]. 仪器仪表学报,2008,29(11):2324-2329.
- [12] 畅为航. 基于网格搜索的圆度误差评定算法研究[D]. 洛阳:河南科技大学,2009.
- [13] Samuel G L, Shunmugam M S. Evaluation of circularity from coordinate and form data using computational geometric techniques[J]. Precision Engineering,2000,24(3):251-263.
- [14] 张春阳,雷贤卿,李济顺,等. 基于几何优化的圆度误差评定算法[J]. 机械工程学报,2010,46(12):8-12.
- [15] 雷贤卿. 基于误差分离的圆柱度精密测量技术研究[D]. 西安:西安理工大学,2007.
- [16] 岳奎. 最小二乘圆法评定圆度误差的程序设计[J]. 工具技术,2006,40(4):79-81.
- [17] 曹麟祥,王丙甲. 圆度检测技术[M]. 北京:国防工业出版社,1998.
- [18] 张志涌,杨祖樱. MATLAB 教程[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2015.
- 第一作者:王生怀,博士后,副教授,湖北汽车工业学院机械学院,442002 湖北省十堰市
- First Author: Wang Shenghuai, Postdoctor, Associate Professor, School of Mechanical, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan, Hubei 442002, China