# 基于机床几何误差模型的数控加工形位误差预测

李海1,李迎光1,程英豪1,丁岩2

<sup>1</sup>南京航空航天大学;<sup>2</sup>齐齐哈尔二机床(集团)有限责任公司

**摘要:**影响加工形位误差的因素众多,机床几何误差是其中最关键的因素。其影响零件的功能要求、配合性质和自由装配性,是评估机床加工精度的重要指标。本文通过构建机床几何误差和零件形位误差之间的映射关系对加工形位误差预测方法进行研究,建立了基于机床几何误差模型的三轴机床刀具位姿误差模型,并以刀具位姿误差为中间量建立了平面度误差和圆柱度误差预测模型。使用 TH6920 型镗铣床进行试验验证,与零件形位误差检测值对比,圆柱度预测误差为9.3%,平面度预测误差为4.8%,预测效果较好,验证了预测方法的有效性。

关键词:几何误差;形位误差;刀具位姿误差;加工精度预测 中图分类号:TG806;TH741 文献标志码:A DOI:10.

**DOI**:10. 3969/j. issn. 1000 - 7008. 2019. 06. 018

# Shape and Position Error Prediction for CNC Machining Based on Geometric Error Model of Machine Tool

Li Hai, Li Yingguang, Cheng Yinghao, Ding Yan

**Abstract**: The shape and position error as a key index for the machining accuracy evaluation of machine tools, affects the function requirement, fitting property and free assembly of the part. There are many factors that affect the shape and position error of machining, among which the geometric error of machine tools is the most important one. In this paper, a method of shape and position error prediction for CNC machining is studied by building the mapping relation between the geometric error of machine tools and that of parts. The tool pose error model of 3-axis machine tools is built based on the geometric error model, and the prediction model of flatness and cylindricity errors is established with the tool pose error as the intermediate variable. The method is verified on a TH6920 boring-milling machine tool. Compared with the measurement value of part shape and position errors, the prediction error of cylinder is 9.3%, and the prediction error of flatness is 4.8%, which show the effectiveness of the prediction method.

Keywords: geometric error; shape and position error; tool pose error; machining accuracy prediction

## 1 引言

加工精度是指零件加工后的实际几何参数(尺 寸、形状和构成要素的相互位置)与理想几何参数 的符合程度。影响零件加工精度的因素众多,当温 度变化不大时,机床几何误差是机床误差的主要组 成部分,是影响零件最终加工精度的关键因素<sup>[1]</sup>。 形位误差是指零件的实际形状、方向和相互位置与 理想几何体的偏差,影响零件的功能要求、配合性质 和自由装配性<sup>[2]</sup>,是评估加工精度的重要指标。机 床几何误差引起刀具位姿误差,使刀具加工时在一 定误差范围内变动,是引起加工形位误差的直接原 因<sup>[3]</sup>。因此,建立机床几何误差与加工形位误差之 间的映射关系,有利于评估机床加工精度、进行刀轨 优化和误差补偿等,以保证加工质量。

针对机床几何误差的加工精度问题,目前的研

究工作主要集中在机床几何误差敏感度分析和机床 末端执行器的空间精度预测。机床几何误差敏感度 分析旨在寻找对加工精度影响最大的机床几何误差 参数。Cheng Q. 等<sup>[4]</sup>和 Zhang X. 等<sup>[5]</sup>基于多体系 统理论建立了三轴机床 21 项误差与机床空间误差 之间的关系,并计算了21项机床误差对机床空间误 差的敏感度,进而提取影响最大的几何误差参数来 改进机床;Li J. 等<sup>[6]</sup>和 Guo S. J. 等<sup>[7]</sup>同样基于多体 系统理论的误差建模方法来构建误差源和刀具位姿 之间的映射关系,并基于该映射关系实现了五轴机 床几何误差的敏感度分析;刘恩等[8]针对卧式镗床 提出了一种基于几何误差灵敏度分析的运动精度分 析方法,基于多体系统运动学理论,考虑机床体间误 差耦合作用机制建立了机床空间误差模型,进而分 析机床的空间误差场并针对几何项进行灵敏度 分析。

机床末端执行器空间精度预测是指根据机床几 何误差来预测机床末端执行器(如主轴或者刀具) 的空间误差,为机床误差补偿提供依据。Okafor A.

基金项目:国家科技重大专项(2014ZX04014-031) 收稿日期:2018年11月

C. 等<sup>[9]</sup>基于齐次坐标矩阵和多体运动学构建了三 轴机床的运动学模型,实现了刀具位姿误差预测,并 基于预测结果进行机床几何误差补偿; Creamer J. R. 等<sup>[10]</sup>基于建立机床末端的误差与机床几何误差 的关系,形成机床误差补偿表,实现五轴机床的精度 提升;王洪乐等<sup>[11]</sup>针对多轴联动数控机床加工精度 的补偿问题,以 B – A 摆头五轴龙门数控机床为例, 基于多体运动学推导出了考虑几何误差的加工误差 预测函数;陈国达等<sup>[12]</sup>提出了一种基于机床体误差 模型的频域多尺度面形误差预测方法,该方法可结 合机床体误差模型、工艺参数和加工轨迹等进行频 域多尺度面形误差预测,并验证了低频 PV 面形误 差预测的有效性。

目前,在考虑机床几何误差的加工精度相关研 究中,主要建立了机床几何误差到刀具位姿误差之 间的映射关系,对于形位误差的预测分析较少。本 文以刀具位姿误差为中间量,基于刚体运动学和齐 次坐标转换建立了三轴加工时考虑机床几何误差的 刀具位姿误差模型,进而建立了孔特征加工时铣端 面的平面度误差和镗孔的圆柱度误差预测模型。试 验结果表明,圆柱度误差和平面度误差的预测效果 较好,验证了本文预测方法的有效性。

# 2 基于机床几何误差模型的刀具位姿 误差建模

刀具是机床运动链的末端,机床几何误差对刀 具的影响反映为刀具在六个自由度上的误差,即刀 具位置误差和刀具姿态误差,统称为刀具位姿误差。 忽略加工中刀具受力变形,可将刀具视为刚体。加 工过程中刀具和工件接触实现材料去除,刀具位姿 误差是引起加工误差的重要原因。因此,首先对机 床几何误差引起的刀具位姿误差进行建模。

#### 2.1 三轴镗床结构及几何误差参数

机床几何误差由机床结构制造和装配误差引起,机床的结构决定了机床几何误差的构成和作用形式。在齐二机床公司生产的TH6920型镗铣床(见图1a)进行试验,参考现有机床运动链定义方法,其结构运动链由刀具运动链和工件运动链构成(见图1b)。刀具运动链指从床身到刀具的运动链,传递关系为机床床身—X 轴—Y 轴—Z 轴—刀具;工件运动链指床身到工件的运动链,传递关系为机床床身一工件。

三轴机床通常定义有 21 项几何误差。以图 1a 中的三轴镗床为例,对于单一运动轴,有该方向的定 位误差和其他两个方向上的直线度误差,以及绕三 个线性轴的转动误差。对于每两个运动轴,还有垂 直度误差,其定义见表1。



图 1 三轴镗床结构和运动链

表1 三轴机床几何误差参数项

几何误差参	表达式	
单轴误差	定位误差	$\varepsilon_x(x) \ \varepsilon_y(y) \ \varepsilon_z(z)$
	<b>古</b> 伊 南阳 关	$\varepsilon_x(y) \ \varepsilon_x(z) \ \varepsilon_y(x)$
	且线及伏左	$\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{y}}(z)  \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{z}}(x)  \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{z}}(y)$
	转动误差	$\varepsilon_{\alpha}(x) \ \varepsilon_{\beta}(x) \ \varepsilon_{\gamma}(x)$
		$\varepsilon_{\alpha}(y) \ \varepsilon_{\beta}(y) \ \varepsilon_{\gamma}(y)$
		$\varepsilon_x(z) \ \varepsilon_{\beta}(z) \ \varepsilon_{\gamma}(z)$
各移动轴间相对位置	X、Y垂直度误差	$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{xy}$ $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{xz}$ $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{yz}$

2.2 刀具位姿建模

基于刚体运动学和齐次坐标转换建立考虑机床 几何误差的刀具位姿模型。将机床运动链的构成部 件均视为刚体,并进行编号。机床床身编号为0,工 件(夹具)编号为1,其余编号如图1b所示。依据刚 体运动学方法,刚体 k 和其相邻刚体 j 之间的空间 位置和姿态的转换表达式为

$${}^{j}_{k}\boldsymbol{T} = {}^{j}_{k}\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}k}{}^{j}_{\mathrm{p}k}\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}k}{}^{j}_{\mathrm{r}k}\boldsymbol{T}_{\mathrm{s}k}{}^{j}_{\mathrm{s}k}\boldsymbol{T}_{\mathrm{se}}$$
(1)

式中, ${}_{k}T_{p}$ ,  ${}_{k}T_{pe}$ ,  ${}_{k}T_{s}$ ,  $\pi_{k}^{j}T_{se}$ 分别是刚体 k 相对于刚体 j 的姿态转换矩阵、姿态误差转换矩阵、平移矩阵和 平移误差转换矩阵。

根据式(1)可知,刀具运动链和工件运动链中 刚体之间的转换矩阵表示为

Γ1	0 0	07	• 1	$-\varepsilon_{\gamma}(x)$	$\varepsilon_{\beta}(x)$	0٦
$_{0} \mathbf{T} = 0$	1 0	0	$\varepsilon_{\gamma}(x)$	1	$-\varepsilon_{\alpha}(x)$	0
${}_{2}I = 0$	0 1	0	$-\varepsilon_{\beta}(x)$	$\varepsilon_{\alpha}(x)$	1	0
Lo	0 0	1	0	0	0	1
	$\begin{bmatrix} 1\\0\\0\\0 \end{bmatrix}$	0 ( 1 ( 0 ( 0 (	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{rrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrrr$	$ \begin{array}{c} x \\ x \\ x \\ x \end{array} \right] $	(2)
Γ1 0	0 0	٦٢	1	$-[\varepsilon_{\gamma}(y) + \varepsilon$	$\varepsilon_{xy}$ ] $\varepsilon_{\beta}(y)$	ر0
0 1	0 0	$   \varepsilon_{\gamma}$	$(y) + \varepsilon_{xy}$	1	$-\varepsilon_{\alpha}(y)$	) 0
${}_{3}I = 0 0$	1 0	.	$-\varepsilon_{\beta}(y)$	$\varepsilon_{\alpha}(y)$	1	0
Lo o	0 1		0	0	0	1

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \varepsilon_{x}(y) \\ 0 & 1 & 0 & \varepsilon_{y}(y) \\ 0 & 0 & 1 & \varepsilon_{z}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{Y}(z) & \varepsilon_{B}(z) + \varepsilon_{xz} & 0 \\ \varepsilon_{Y}(z) & 1 & -[\varepsilon_{\alpha}(z) + \varepsilon_{yz}] & 0 \\ -[\varepsilon_{B}(z) + \varepsilon_{xz}] & \varepsilon_{\alpha}(z) + \varepsilon_{yz} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \varepsilon_{x}(z) \\ 0 & 1 & 0 & \varepsilon_{y}(z) \\ 0 & 0 & 1 & \varepsilon_{z}(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

$${}^{4}_{5}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_{ux} \\ 0 & 1 & 0 & P_{uy} \\ 0 & 0 & 1 & P_{uz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

$${}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_{wny} \\ 0 & 1 & 0 & P_{wny} \\ 0 & 0 & 1 & P_{wnz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $P_{tz}(P_{tx}, P_{ty}, P_{tz})$ 为刀具坐标系原点相对于 Z 轴参考点在机床坐标系中的坐标; $P_{wm}(P_{wmx}, P_{wmy}, P_{wmz})$ 为工件坐标系原点在机床坐标系中的坐标; (x, y, z)为 X、Y、Z 轴的参考点在机床坐标系下的坐标;其余参数为机床几何误差项。

刀位点在刀具坐标系中的坐标记为 $P_t(P_{tx}, P_{ty}, P_{tz})$ ,其在机床坐标系中的坐标为 $P_m(P_{xm}, P_{ym}, P_{zm})$ ,则有

 $[P_{xm}, P_{ym}, P_{zm}, 1]^{T} = {}^{0}_{2}T {}^{3}_{4}T {}^{4}_{5}T[P_{tx}, P_{ty}, P_{tz}, 1]^{T} (7)$ 记 **P**<sub>w</sub>(P<sub>xw</sub>, P<sub>yw</sub>, P<sub>zw</sub>)为刀位点在刀具坐标系中

的坐标,则有

 ${}^{0}_{1}\boldsymbol{T}[P_{xw},P_{yw},P_{zw},1]^{T} = [P_{xm},P_{ym},P_{zm},1]^{T}$   $\boldsymbol{\mathrm{ff}} \boldsymbol{\mathrm{U}} \boldsymbol{\mathrm{J}}$ 

$$[P_{xw}, P_{yw}, P_{zw}, 1]^{T} =$$

 ${}_{1}^{0}\boldsymbol{T}^{-1}[P_{xm},P_{ym},P_{zm},1]^{T} = {}_{1}^{0}\boldsymbol{T}^{-102}_{23}\boldsymbol{T}_{4}^{3}\boldsymbol{T}_{5}^{4}\boldsymbol{T}[P_{tx},P_{ty},P_{tz},1]^{T} (8)$ 

刀轴姿态(刀轴矢量)在刀具坐标系中的坐标 记为 $V(V_i, V_j, V_k)$ ,其在工件坐标系中的坐标为 $V_w$  $(V_{iw}, V_{iw}, V_{kw})$ ,则有

 $\begin{bmatrix} V_{iw}, V_{jw}, V_{kw}, 0 \end{bmatrix}^{T} = {}_{1}^{0} T^{-10} T {}_{3}^{2} T {}_{4}^{3} T {}_{5}^{4} T \begin{bmatrix} V_{i}, V_{j}, V_{k}, 0 \end{bmatrix}^{T} (9)$ 

### 2.3 刀具位姿误差建模

小位移旋量表示刚体六个自由度方向上产生的

微小位移所构成的矢量,常用于公差建模。刀具位 姿误差可以认为是刀具实际位姿到刀具理论位姿的 微小变动,其本质是一个小位移旋量。

定义刀具位姿误差为 $E(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma)$ ,其中 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 为平移误差项, $\Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma$ 为转动误差项,则刀具位姿误差的空间变换矩阵 $\Delta T$ 为

$$\Delta T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\alpha & -\sin\Delta\alpha & 0 \\ 0 & \sin\Delta\alpha & \cos\Delta\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \cos\Delta\beta & 0 & \sin\Delta\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\Delta\beta & 0 & \cos\Delta\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \cos\Delta\gamma & -\sin\Delta\gamma & 0 & 0 \\ \sin\Delta\gamma & \cos\Delta\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

上式可转换为

$$\Delta T = \begin{bmatrix} \cos \Delta \beta \cos \Delta \gamma \\ \cos \Delta \alpha \sin \Delta \gamma + \cos \Delta \gamma \sin \Delta \alpha \sin \Delta \beta \\ \sin \Delta \alpha \sin \Delta \gamma - \cos \Delta \alpha \cos \Delta \gamma \sin \Delta \beta \\ 0 \\ - \cos \Delta \beta \sin \Delta \gamma \\ \cos \Delta \alpha \cos \Delta \gamma - \sin \Delta \alpha \sin \Delta \beta \sin \Delta \gamma \\ \cos \Delta \alpha \cos \Delta \gamma - \sin \Delta \alpha \sin \Delta \beta \sin \Delta \gamma \\ 0 \\ \cos \Delta \alpha \cos \Delta \beta & 0 \\ 0 \\ \cos \Delta \alpha \cos \Delta \beta & 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & 0 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(11)

由机床几何误差引起的刀具位姿误差  $\Delta \alpha \, \Delta \beta$ 、  $\Delta \gamma \, \pi \, \Delta x \, \Delta y \, \Delta z \, 本 \dots \square$  本质上是微小位移变动量,根据三 角函数原理, $\Delta \alpha \, \Delta \beta \, \Delta \gamma$ 的正弦值可以等价于  $\Delta \alpha \, \Delta \beta \, \Delta \gamma$  自身, $\Delta \alpha \, \Delta \beta \, \Delta \gamma$ 的余弦值等于1,同时所有 二次项和三次项可以省略为0。因此,变换矩阵  $\Delta T$ 可简化为

$$\Delta T = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma & \Delta\beta & \Delta x \\ \Delta\gamma & 1 & -\Delta\alpha & \Delta y \\ -\Delta\beta & \Delta\alpha & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(12)

考虑机床几何误差的刀位点坐标和刀轴矢量,

记为  $P_w(P_{xw}, P_{yw}, P_{zw})$  和  $V_w(V_{iw}, V_{jw}, V_{kw})$ 。机床几 何误差项全为0时,理论刀位点坐标和刀轴矢量为  $P_{w0}(P_{xw0}, P_{yw0}, P_{zw0})$  和  $V_{w0}(V_{iw0}, V_{jw0}, V_{kw0})$ ,则存在 关系为

$$[P_{xw}, P_{yw}, P_{zw}, 1]^{T} = \Delta T [P_{xw0}, P_{yw0}, P_{zw0}, 1]^{T}$$
(13)

$$[V_{iw}, V_{jw}, V_{kw}, 0]^{T} = \Delta T [V_{iw0}, V_{jw0}, V_{kw0}, 0]^{T}$$
(14)

联立式(13)和式(14),当 $P_w(P_{xw}, P_{yw}, P_{zw})$ 、 $V_w$ ( $V_{iw}, V_{jw}, V_{kw}$ )、 $P_{w0}(P_{xw0}, P_{yu0}, P_{zw0})$ 和 $V_{w0}(V_{iw0}, V_{jw0}, V_{kw0})$ 已知时,即可求得刀具位姿误差矢量 $E(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma)$ 。

 $V_{w0}(V_{iw0}, V_{jw0}, V_{kw0})$ 可根据刀轴方向直接确定,  $P_{w0}(P_{xw0}, P_{yw0}, P_{zw0})$ 则满足

$$\begin{bmatrix} P_{xw0}, P_{yw0}, P_{zw0}, 1 \end{bmatrix}^{T} = {}_{1}^{0} \boldsymbol{T}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} {}_{5}^{4} \boldsymbol{T} \begin{bmatrix} P_{tx}, P_{ty}, P_{tz}, 1 \end{bmatrix}^{T}$$
(15)

 $P_{w}(P_{xw}, P_{yw}, P_{zw})$ 和 $V_{w}(V_{iw}, V_{jw}, V_{kw})$ 分别由式 (8)和式(9)确定。

# 3 基于刀具位姿误差的零件形位误差 预测模型

刀具位姿误差是引起零件形位误差的直接原 因,通过刀具位姿误差可以对零件形位误差进行预 测。镗铣床通常用于高精度装配孔的加工,端面的 平面度和孔的圆柱度是衡量加工质量的关键指标。 在刀具位姿误差建模方法的基础上,以三轴镗铣床 加工孔时的平面度误差和圆柱度误差为例,给出两 种形位误差的预测模型。

#### 3.1 平面度误差预测模型

平面度反映了零件平面的平整程度。镗床铣削 端面时,为便于表达,可用立铣刀端铣平面来简化表 示。定义刀具坐标系原点为无误差状态刀具底面圆 心,且各轴与机床坐标系平行。刀具位姿误差对加 工平面的影响如图2所示。



(a)刀具位置误差的影响(b)刀具姿态误差的影响图2 刀具位姿误差对平面加工的影响

刀具底面圆周可离散为 n 个点的集合,用以表征刀具加工面,可表示为

$$\boldsymbol{Geo}_{0} = \left\{ \left( R\cos\theta_{i}, R\sin\theta_{i}, 0 \right) \mid \theta_{i} = \left( i - 1 \right) \frac{2\pi}{n - 1}, i = 1, 2, \cdots, n \right\}$$

$$(16)$$

式中,R为刀具半径;θ为圆周参数。

刀具位姿误差作用下,刀具加工面离散点坐标 Geo<sub>ei</sub>记为(x<sub>eict</sub>,y<sub>eict</sub>,z<sub>eict</sub>),则在刀具位姿误差作用 下,刀具加工面离散点坐标 Geo<sub>ei</sub>满足

$$\begin{bmatrix} x_{eict} \\ y_{eict} \\ z_{eict} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma & \Delta\beta & \Delta x \\ \Delta\gamma & 1 & -\Delta\alpha & \Delta y \\ -\Delta\beta & \Delta\alpha & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} R\cos\theta_i \\ R\sin\theta_i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \theta_i = (i-1)\frac{2\pi}{n-1}, i = 1, 2, \cdots, n \quad (17)$$

可得

$$\begin{cases} x_{eict} = R\cos\theta_i - \Delta\gamma R\sin\theta_i + \Delta x\\ y_{eict} = \Delta\gamma R\cos\theta_i + R\sin\theta_i + \Delta y\\ z_{eict} = -\Delta\beta R\cos\theta_i + \Delta\alpha R\sin\theta_i + \Delta z \end{cases}$$
(18)

式中,
$$\theta_i = (i-1)\frac{2\pi}{n-1}$$
, $i = 1, 2, \cdots, n_o$   
集合可表示为

$$Geo_{e} = \left\{ (x_{eict}, y_{eict}, z_{eict}) \mid \theta_{i} = (i-1)\frac{2\pi}{n-1}, i = 1, 2, \cdots, n \right\}$$

上式可以表征刀具位姿误差作用下的刀具加 工面。

根据平面度公差的定义,计算平面度误差。设 理论加工面 *S* 在刀具坐标系中的方程为 *Ax* + *By* + *Cz* + *D* = 0,则有

$$dis_{i} = \frac{Ax_{eict} + By_{eict} + Cz_{eict} + D}{\sqrt{A^{2} + B^{2} + C^{2}}}, i = 1, 2, \cdots, n \quad (19)$$

式中,*dis*<sub>i</sub>为刀具位姿误差作用下的刀具加工面离 散点到理论加工面的有向距离,*dis*<sub>i</sub>的正负表示点 在理论加工面的不同侧。

最终平面度误差评估值为相距最远的两个加工 面离散点之间相对理论加工面的垂直距离,即

 $flatness = \max(dis_i) - \min(dis_i), i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$ 

#### 3.2 圆柱度误差预测模型

孔特征常用于结构减重和装配配合。以圆孔 为例,其圆柱度对零件的装配具有重要的意义。 为便于表达,镗床镗孔时,可用立铣刀侧铣圆孔来 简化表示。定义刀具坐标系原点为无误差状态刀 具底面圆心,且各轴与机床坐标系平行。定义孔 心坐标系,坐标系原点在孔心位置,且各轴与机床 坐标系平行。刀具位姿误差对加工孔特征的影响 如图 3 所示。 (a) 刀具位置误差的 影响(前视图)
(b) 刀具姿态误差的 影响(前视图)
(b) 刀具姿态误差的 影响(前视图)
(c) 刀具位置误差的 影响(俯视图)
(d) 刀具姿态误差的 影响(俯视图)
(d) 刀具姿态误差的 影响(俯视图)
(d) 刀具姿态误差的 影响(俯视图)
(d) 刀具姿态误差的

刀具加工面(线)可表征为刀具与材料接触的 刀具侧边离散点的集合,无误差状态下刀具最终成 型面离散为

$$Geo_{0} = \begin{cases} (R\cos\theta_{i}, R\sin\theta_{i}, h_{j}) \mid \theta_{i} = (i-1)\frac{2\pi}{n_{i}-1}, i = 1, \\ 2, \cdots, n_{i}; h_{j} = (j-1)\frac{h}{n_{j}-1}, j = 1, 2, \cdots, n_{j} \end{cases}$$

$$(21)$$

式中,*R* 为孔理论半径; *θ* 为圆周参数; *h* 为切削深度 (孔深); *n<sub>i</sub>* 为孔周的离散点个数; *n<sub>j</sub>* 为刀具侧边高 度方向的离散点个数。

在刀具位姿误差作用下,刀具加工面离散点坐标  $Geo_{ei}$ 记为 $(x_{ejet}, y_{ejet}, z_{ejet})$ ,则刀具最终成型面离 散点坐标  $Geo_{ei}$ 满足

$$\begin{bmatrix} x_{ejet} \\ y_{ejet} \\ z_{ejet} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\gamma & \Delta\beta & \Delta x \\ \Delta\gamma & 1 & -\Delta\alpha & \Delta y \\ -\Delta\beta & \Delta\alpha & 1 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R\cos\theta_i \\ R\sin\theta_i \\ h_j \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\theta_i = (i-1)\frac{2\pi}{n_i-1}, i = 1, 2, \cdots, n_i$$
$$h_j = (j-1)\frac{h}{n_j-1}, j = 1, 2, \cdots, n_j$$
(22)

可得

$$\begin{cases} x_{ejet} = R\cos\theta_i - \Delta\gamma R\sin\theta_i + \Delta\beta h_j + \Delta x \\ y_{ejet} = \Delta\gamma R\cos\theta_i + R\sin\theta_i - \Delta\alpha h_j + \Delta y \\ z_{ejet} = -\Delta\beta R\cos\theta_i + \Delta\alpha\sin\theta_i + h_j + \Delta z \\ \theta_i = (i-1)\frac{2\pi}{n_i-1}, i = 1, 2, \cdots, n_i \\ h_j = (j-1)\frac{h}{n_j-1}, j = 1, 2, \cdots, n_j \end{cases}$$
(23)

集合记为

$$Geo_{e} = \begin{cases} (x_{ejet}, y_{ejet}, z_{ejet}) \mid \theta_{i} = (i-1)\frac{2\pi}{n_{i}-1}, i = 1, 2, \cdots, n_{i}; \\ h_{j} = (j-1)\frac{h}{n_{j}-1}, j = 1, 2, \cdots, n_{j} \end{cases}$$

则上式可以表征刀具位姿误差作用下的刀具最 终成型面,即实际的孔面。

由圆柱度公差定义可知,圆柱度误差值为 Geo。 所限定区域内的最小包围圆柱面(与理论孔同轴) 和包围 Geo。的最小包络圆柱面(与理论孔同轴)半 径之差。

定义 dis, 为刀具最终成型面离散点到孔轴的垂 直距离,则圆柱度公差可表示为

 $Cylindricity = \max(dis_i) - \min(dis_i), t = 1, 2, \dots, n_i \times n_j$ (24)

### 4 试验验证

针对飞机结构件上存在大量的水平装配孔特征,某航空企业工艺人员制定了试验检测零件,并包含了孔圆柱度和孔端面平面度的检测要求,用于镗铣床加工形位误差预测的验证。试验件材料为7075 铝合金,尺寸为 300mm×100mm×200mm。加工参数见表 2 和表 3,在 TH6920 镗铣床上进行试验,加工后的零件如图 4 所示。

表2 铣削平面加工参数

切削刀具	主轴转速	进给速度	切削深度	切削宽度
	(r/min)	(mm/min)	(mm)	(mm)
硬质合金铣刀 ( <i>ф</i> 20mm)	10000	2000	0.5	15

表 3 镗孔加工参数				
切削刀具	主轴转速 (r/min)	进给速度 (mm/min)	切削深度 (mm)	切削 宽度
肯纳 CCGT09T304HP 精镗刀片	800	100	0.3	-



#### 图 4 TH6920 测试零件

加工完成后,采用三坐标测量对圆柱度和平面 度进行检测与误差分析,检测结果见表4。根据检 测结果可知,圆柱度预测误差为9.3%,平面度预测 误差为4.8%,预测效果较好,验证了本文预测方法 的有效性。

序号	形位误差项	误差值 (mm)	方法预测结果 (mm)	预测偏差 (%)
1	圆柱度	0.0086	0.0094	9.3
2	平面度	0.0145	0.0138	4.8

表 4 测试零件检测结果

## 5 结语

形位误差是评估机床加工精度的重要指标,机 床几何误差是引起加工形位误差最关键的因素。本 文通过构建机床几何误差和形位误差之间的映射关 系对形位误差预测方法进行研究,以三轴机床21项 几何误差参数项为输入参数,基于刚体运动学、齐次 坐标变换和小位移旋量原理建立了三轴机床刀具位 姿误差模型,并以刀具位姿误差为中间量,建立了基 于刀具位姿误差的平面度误差和圆柱度误差预测模 型。

使用齐二机床公司生产的 TH6920 型镗铣床进 行试验验证,由检测结果可知,圆柱度预测误差为 9.3%,平面度预测误差为4.8%,预测效果较好,验 证了预测方法的有效性。

#### 参考文献

- [1]包丽,张洪军. 基于多体系统理论的五轴加工中心综合 空间误差建模及补偿[J]. 机床与液压,2014(19):14-17.
- [2]刘品,陈军.机械精度设计与检测基础[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003.
- [3] Li H, Li Y, Mou W, et al. Sculptured surface-oriented machining error synthesis modeling for five-axis machine tool accuracy design optimization [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 89 (9 12):1 14.
- [4] Cheng Q, Xuan D S, Sun J, et al. Geometric errors sensitivity analysis of precision vertical machining center based on multi-body system theory[J]. Applied Mechanics & Materials, 2011, 108:61-66.
- [5] Zhang X, Zhang Y, Pandey M D. Global sensitivity analysis

of a CNC machine tool: application of MDRM[J]. International Journal of Advanced Manufacturing, 2015, 81(1-4): 159 – 169.

- [6] Li J, Xie F G, Liu X J. Geometric error modeling and sensitivity analysis of a five-axis machine tool [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 82(9):2037-2051.
- [7] Guo S J, Jiang G D, Mei X S. Investigation of sensitivity analysis and compensation parameter optimization of geometric error for five-axis machine tool[J]. International Journal of Advanced Manufacturing, 2017(1):1-15.
- [8] 刘恩,曾凯,何晓聪,等. 基于几何误差灵敏度的卧式数 控镗床运动精度分析[J]. 机械设计,2017(10):68-74.
- [9] Okafor A C, Ertekin Y M. Derivation of machine tool error models and error compensation procedure for three axes vertical machining center using rigid body kinematics [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40(8):1199-1213.
- [10] Creamer J R, Sammons P M, Bristow D. Table-based compensation for 5-axis machine tools [C]. Proceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, San Diego, USA, 2013.
- [11] 王洪乐,周青华,熊青春.基于多体系统理论的数控机 床加工精度几何误差预测模型[J].制造技术与机床, 2018(5):78-83.
- [12]陈国达,梁迎春,孙雅洲,等. 基于机床体误差模型的加 工面形误差预测[J]. 纳米技术与精密工程,2014,12 (4):242-248.

第一作者:李海,博士研究生,南京航空航天大学机电学院,210016南京市

First Author: Li Hai, Doctoral Candidate, College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

通信作者:李迎光,教授,南京航空航天大学机电学院, 210016 南京市

Corresponding Author: Li Yingguang, Professor, College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China