

精度分析理论在齿轮传动测试机上的应用

宁俊杰

中国汽车工程研究院股份有限公司

摘要: 齿轮传动测试机用于测试单级齿轮的传动误差、振动和传动效率。因齿轮传动误差测量对试验机的机械结构精度要求高,除设计制造时提升机械结构精度外,建立被动轴相对于主动轴的空间误差关系和运用误差补偿理论对测量结果进行修正也至关重要。本文通过多体理论和齐次坐标变换关系,建立被动轴相对于主动轴的空间误差数学模型,并根据模型编写空间误差的求解程序,通过输入相应测量结果得到被测齿轮相对于标准齿轮在 X, Y, Z 三个方向上的误差分量。

关键词: 传动误差;精度分析;多体理论

中图分类号: TG502.13;TH132.41 **文献标志码:** A **DOI:**10.3969/j.issn.1000-7008.2019.10.024

Application of Accuracy Analysis Theory in Gear Transmission Testing Machine

Ning Junjie

Abstract: A gear transmission testing machine is used to measure the transmission error, vibration and noise, and transmission efficiency of single gear. As the transmission error measurement demands highly on the mechanical accuracy, besides improving the precision of mechanical structure, establishing the space error relationship between the driven shaft and the driving shaft and applying the space error to compensate the measurement result are also very important. The multi-body theory and the homogeneous coordinate transformation are used to establish the space error model between the driven shaft and the driving shaft, and then a solving program is developed based on the model. The space error components of the measured gear relative to the standard gear in X, Y and Z directions are attained by entering the measurement result into the program.

Keywords: transmission error; accuracy analysis; multi-body theory

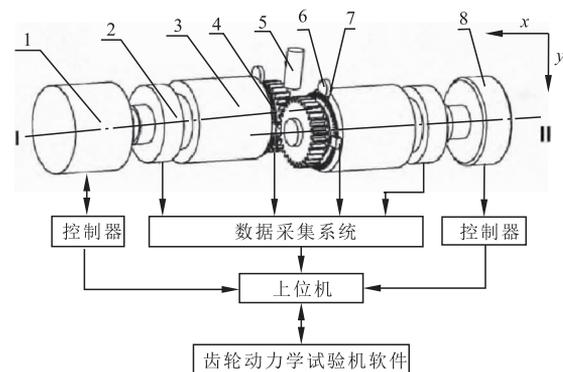
1 引言

在齿轮传动中,许多问题的研究需借助试验手段^[1]。齿轮传动误差曲线包含齿轮的各项制造误差信息^[2],测量传动误差对于机械结构精度的要求通常达到微米级^[3]。因此,分析机械结构并对测量结果进行误差补偿意义重大。目前,精度分析理论多运用在数控机床和三坐标测量仪。通过精度分析理论可得到刀具或测头实际空间坐标和理论空间坐标之间的差距,将这些计算结果用于数控系统进行刀具或测头的误差补偿,可有效提升数控机床的加工精度和三坐标仪的测量精度^[4]。通常情况下,最终的结构决定了空间范围内的误差,通过运用有效的测量手段和精度分析理论,得到刀具或测头在空间各个点上的误差,并对刀具或者测头进行有效的误差补偿^[5]。

2 齿轮传动测试机工作原理及结构设计

在齿轮传动装置中,齿轮传动误差是指齿轮传动

装置的实际输出位移和理论输出位移之间的差值。假设由主动轴圆光栅测量得到的实际转角位为 θ_1 ,由被动轴圆光栅测量得到的实际位移为 θ_2 ,齿轮传动比为 i ,则该齿轮系统的传动误差为 $\delta = \theta_2 - \theta_1/i$ ^[6]。



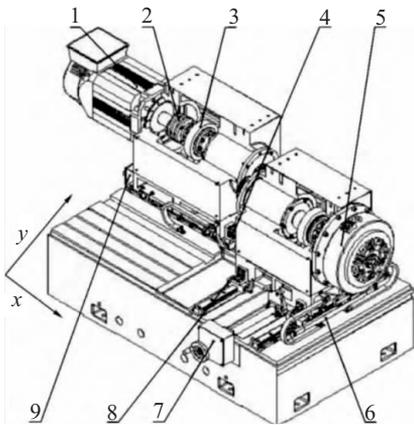
1. 电机 2. 扭矩传感器 3. 主轴 4. 角度编码器读头
5. 噪声传感器 6. 振动传感器 7. 圆光栅 8. 加载器

图1 齿轮传动测试机工作原理

传动测试机的设计基于传动误差测量理论,其工作原理见图1。在主动轴上安装标准齿轮,在被动轴上安装被测齿轮,以主动轴测量被动轴。设备上安装的圆光栅用于采集主动轴和被动轴的转角。由于被动传动误差测量技术属于精密测量技术,因此

测试设备的精度对测量结果有显著影响,除传动误差测量外,测试机还可测量振动和噪声。

根据测量原理设计的测试机结构见图2,测试机主要由主动部分、被动部分和基座组成。主动部分包括执行电机、扭矩传感器、主轴、圆光栅和主动齿轮夹具等,被动部分包括制动器、扭矩传感器、圆光栅和被动齿轮夹具等。在基座上设计有齿宽方向和中心距方向的调整机构,用于适应不同规格的齿轮。在主被动齿轮啮合后,通过导轨夹紧器锁定主、被动部分。



1. 主电机 2. 双膜片弹性联轴器 3. 扭矩传感器
4. X方向导轨夹紧器 5. 磁粉制动器 6. 直线光栅
7. Y方向手轮 8. Y方向导轨夹紧器 9. X方向导轨

图2 齿轮传动测试机的机械结构

3 建立精度分析数学模型

根据多体理论和齐次坐标变换矩阵,建立齿轮传动测试机精度分析数学模型。假设多体系统中 B_i 由其相邻的低序列体 B_j 通过不含误差的理想运动得到^[4],其中包括绕 X, Y, Z 三个轴的旋转和平移;绕 X 轴转动的角度为 α 、绕 Y 轴转动的角度为 β 、绕 Z 轴转动的角度为 γ ,则包含角度 α, β, γ 的坐标变换矩阵 $T_{ijs}(R(\alpha, \beta, \gamma))$ 为

$$T_{ijs}(R(\alpha, \beta, \gamma)) = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta & 0 \\ \cos\beta\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta & 0 \\ \sin\beta\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma & \sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

假设绕 X, Y, Z 轴的平移量分别为 x, y, z ,则包含分量 x, y, z 的坐标变换矩阵 $T_{ijs}(M(x, y, z))$ 为

$$T_{ijs}(M(x, y, z)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

与6个自由度相关的齐次坐标变换矩阵 T_{ijs} 是以上两部分的乘积,表达式为

$$T_{ijs} = T_{ijs}(R(\alpha, \beta, \gamma)) T_{ijs}(M(x, y, z)) = \begin{bmatrix} \cos\beta\cos\gamma & -\cos\beta\sin\gamma & \sin\beta & x \\ \cos\beta\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma & -\sin\alpha\cos\beta & y \\ \sin\beta\sin\gamma - \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma & \sin\alpha\cos\gamma + \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\beta & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

实际运动包含了理想运动和误差运动。理想运动方程包含角度误差 $\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma$ 和位移误差 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$,坐标变换矩阵 $\Delta T_{ij} = \Delta T_{ijs}(R(\Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma)) \Delta T_{ijs}(M(\Delta x, \Delta y, \Delta z))$,则实际情况下的变换矩阵 $T_{ij} = T_{ijs} \Delta T_{ij}$ 。

假设 v_i 在 B_i 坐标系中的坐标 $v_i = [x_i, y_i, z_i, 1]^T$,其在 B_j 中的坐标 $v_j = T_{ij} v_i$ 。设 v_j 表示刀具的实际坐标点, v 表示理论坐标点,则由机械结构导致的误差 $\Delta v = v_j - v$ 。

运用以上精度分析理论对齿轮传动测试机进行精度分析数学建模。如图3所示,在齿轮传动测试机上建立各个坐标系,各坐标系分为两个分支。其中,绝对坐标系 $W_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 、主动部分箱体坐标系 $W_a(X_a, Y_a, Z_a)$ 、主动单元主轴坐标系 $W_h(X_h, Y_h, Z_h)$ 、主动单元夹具坐标系 $W_s(X_s, Y_s, Z_s)$ 、主动单元齿轮坐标系 $W_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 、再回归绝对坐标系 $W_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 为分支1;绝对坐标系 $W_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 、被动单元箱体坐标系 $W_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 、被动单元主轴坐标系 $W'_h(X_{h'}, Y_{h'}, Z_{h'})$ 、被动单元夹具坐标系 $W'_s(X_{s'}, Y_{s'}, Z_{s'})$ 和被动单元齿轮坐标系 $W_2(X_2, Y_2, Z_2)$ 、再回到绝对坐标系 $W_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 为分支2。各个坐标系之间的关系见图4。

由绝对坐标系 W_r 到主动部分箱体坐标系 W_a 的变换矩阵为

$$W_{r-a} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & f(x) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

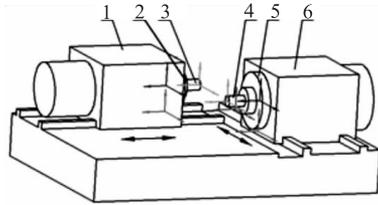
$$\begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{az}(x) & \varphi_{ay}(x) & \omega_{ax}(x) \\ \varphi_{az}(x) & 1 & -\varphi_{ax}(x) & \omega_{ay}(x) \\ -\varphi_{ay}(x) & \varphi_{ax}(x) & 1 & \omega_{az}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, W_{r-a} 为包含平移误差 $\{\omega_{ax}(x), \omega_{ay}(x), \omega_{az}(x)\}$ 和旋转误差 $\{\varphi_{ax}(x), \varphi_{ay}(x), \varphi_{az}(x)\}$ 的实际矩阵; $f(x)$ 为与位置 x 相关的函数,且第二个矩阵中各变量均为位置 x 的函数。

主动部分箱体坐标系 W_a 与主动单元主轴坐标系 W_h 之间的变换矩阵为

$$W_{a-h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{hz} & \varphi_{hy} & \omega_{hx} \\ \varphi_{hz} & 1 & -\varphi_{hx} & \omega_{hy} \\ -\varphi_{hy} & \varphi_{hx} & 1 & \omega_{hz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $\{\varphi_{hx}, \varphi_{hy}, \varphi_{hz}\}$ 为旋转角度误差; $\{\varphi_{hx}, \varphi_{hy}, \varphi_{hz}\}$ 为平移位置误差; Z_1 为主轴到坐标系 W_a 的垂直距离。



1. 主动单元箱体 2. 主动轴系 3. 主动齿轮夹具
4. 被动齿轮夹具 5. 被动轴系 6. 被动单元箱体

图3 简化后的齿轮传动测试机机械机构

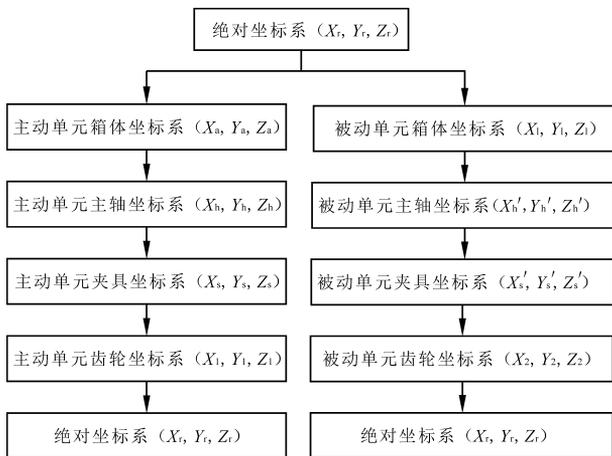


图4 坐标变换过程

主动单元主轴坐标系 W_h 与主动单元夹具坐标系 W_s 之间的变换矩阵为

$$W_{h-s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{sz} & \varphi_{sy} & \omega_{sx} \\ \varphi_{sz} & 1 & -\varphi_{sx} & \omega_{sy} \\ -\varphi_{sy} & \varphi_{sx} & 1 & \omega_{sz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $\{\varphi_{sx}, \varphi_{sy}, \varphi_{sz}\}$ 为旋转角度误差; $\{\varphi_{sx}, \varphi_{sy}, \varphi_{sz}\}$ 为平移位置误差; L_1 为夹具端面到主动部分主轴坐标系 S_h 的垂直距离。

主动部分夹具坐标系 W_s 与主动单元齿轮坐标系 W_1 齐次坐标变换矩阵为

$$W_{s-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{1z} & \varphi_{1y} & \omega_{1x} \\ \varphi_{1z} & 1 & -\varphi_{1x} & \omega_{1y} \\ -\varphi_{1y} & \varphi_{1x} & 1 & \omega_{1z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $\{\varphi_{1x}, \varphi_{1y}, \varphi_{1z}\}$ 为旋转角度误差; $\{\varphi_{1x}, \varphi_{1y}, \varphi_{1z}\}$

为平移位置误差。

由主动部分齿轮坐标系 W_1 回到绝对坐标系, 齐次坐标变换矩阵为

$$W_{1-r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

分支1的变换矩阵 W_{r-r}^1 为 W_{r-a} 、 W_{a-h} 、 W_{h-s} 、 W_{s-1} 、 W_{1-r} 的乘积。

在分支2中, 绝对坐标系 $W_r(X_r, Y_r, Z_r)$ 与被动单元箱体坐标系 $W_1(X_1, Y_1, Z_1)$ 之间的齐次坐标变换矩阵为

$$W_{r-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & f(y) \\ 0 & 0 & 1 & -Z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{1z}(y) & \varphi_{1y}(y) & \omega_{1x}(y) \\ \varphi_{1z}(y) & 1 & -\varphi_{1x}(y) & \omega_{1y}(y) \\ -\varphi_{1y}(y) & \varphi_{1x}(y) & 1 & \omega_{1z}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

被动部分箱体坐标系 W_1 与被动部分主轴坐标系 W'_h 之间的变换矩阵为

$$W_{1-h'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{h'z} & \varphi_{h'y} & \omega_{h'x} \\ \varphi_{h'z} & 1 & -\varphi_{h'x} & \omega_{h'y} \\ -\varphi_{h'y} & \varphi_{h'x} & 1 & \omega_{h'z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

被动部分夹具坐标系 S'_s 与被动部分齿轮坐标系 S_2 之间的变换矩阵为

$$W_{s'-2} = \begin{bmatrix} 1 & -\varphi_{2z} & \varphi_{2y} & \omega_{2x} \\ \varphi_{2z} & 1 & -\varphi_{2x} & \omega_{2y} \\ -\varphi_{2y} & \varphi_{2x} & 1 & \omega_{2z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由被动部分齿轮坐标系 S_2 回到绝对坐标系, 变换矩阵为

$$W_{2-r} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -L_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_3 + Z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

分支2的变换矩阵 W_{r-r}^2 为 W_{r-1} 、 $W_{1-h'}$ 、 $W_{h'-s'}$ 、 $W_{s'-2}$ 、 W_{2-r} 的乘积。

如果主动轴上标准齿轮和被动轴上被测齿轮的啮合中心距为 L_0 , 齿宽方向调节量为 $f(x)$ 。为了在结果中只显示各个误差分量, 根据测试齿轮的啮合结构将主动部分向 $-X$ 轴方向移动 $f(x)$, 被动部分向 $-Y$ 方向移动 L_0 。该测试齿轮对的误差向量 $P_{e,r}$ 为

$$P_{e,r} = P_{driven} - P_{driving}$$

$$[P_{driving} 1]^T = T_{r-r}^1 [-f(x) 0 0 1]^T$$

$$[P_{driven} 1]^T = T_{r-r}^2 [0 -L_0 0 1]^T$$

$P_{e,r}$ 为连接主、被动部分齿轮坐标系原点的向量,包含标准齿轮相对于被测齿轮在测量时的误差分量,且有

$$[P_{e,r} 1]^T = [\Delta X_p \quad \Delta Y_p \quad \Delta Z_p \quad 1]^T$$

4 精度分析程序和分析结果

根据齿轮传动测试机精度分析数学建模,并开发精度分析软件。软件计算流程见图5,软件界面见图6。

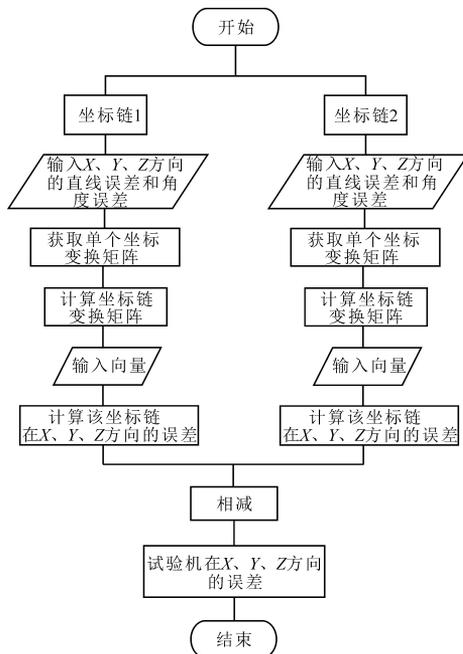


图5 齿轮试验机精度分析软件计算流程

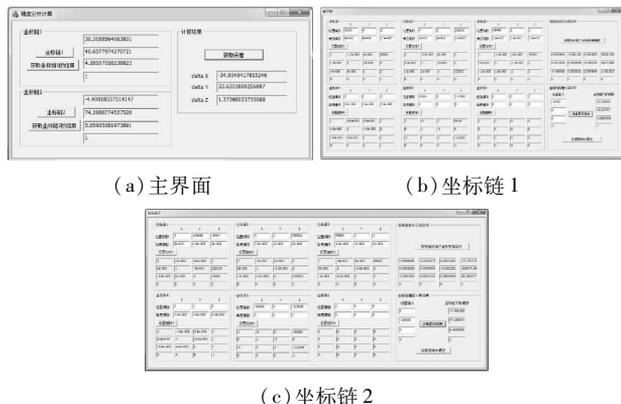


图6 齿轮传动测试机精度分析软件界面

点击主界面的“坐标链1”后会弹出对话框,在“坐标链1”对话框中输入主动轴各坐标变换的理论值和测量得到的误差值,就能计算得到坐标链1的误差结果,并在主界面中显示。采用同样方式也能在主界面中显示“坐标链2”的误差结果。最后,在主界面中点击“获取误差”,能获得测量这对齿轮时的机械结构在X,Y,Z三个方向的精度。

5 结语

本文介绍了齿轮传动测试机的工作原理及结构设计。通过多体理论和齐次坐标变换矩阵,建立了试验机的精度分析数学模型。根据精度分析数学模型开发了精度分析软件,并由测量误差求解得到动力学试验机在进行单级齿轮测试时的机械误差。采用机械误差对测量结果进行误差补偿对于提升测量精度具有重要意义。

参考文献

- [1]卢行忠. 齿轮传动实验台概况及发展[J]. 现代机械, 1986(1):23-28.
- [2]石照耀,费叶泰,谢华锟. 齿轮测量技术100年——回顾与展望[J]. 中国工程科学,2003,5(9):13-17.
- [3]朱孝录,韦云隆. 齿轮机器传动装置的试验[M]. 北京:机械工业出版社,2000.
- [4]刘深厚,陆锡年,石则昌. 空间连杆机构位置误差分析的环路增量法[J]. 机械工程学报,1991,27(2):13-41.
- [5]朱建忠,李圣拾,黄凯. 超精密机床变分法精度分析及其应用[J]. 国防科技大学学报,1997,19(2):36-40.
- [6]华成丽. 齿轮传动误差等价模型研究[D]. 重庆:重庆大学,2013:8-21.

作者:宁俊杰,硕士,中国汽车工程研究院股份有限公司,401122 重庆市

Author: Ning Junjie, Master, China Automotive Engineering Research Institute Co., Ltd., Chongqing 401122, China