

基于轴承仿真信号的小波阈值及阈值函数的优化

杨铮, 王伟兵, 李仁华, 霍迎科, 贾永坡

河北钢铁集团邯郸分公司

摘要: 针对传统小波阈值法在轴承信号去噪效果不佳的难题,对阈值和阈值函数采用层层递进的方法进行降噪研究。阈值函数方面,在软阈值函数基础上提出了指数阈值函数,在指数阈值函数的基础上结合硬阈值函数,提出了带有收缩性指数的阈值函数。阈值方面,给出了估噪阈值,在估噪阈值的基础上,结合噪声的小波系数,随着分解层的增大而减小并引入调节量,给出了分层估噪阈值,表征去噪效果优劣指标为 SNR&RMSE。通过选取估噪阈值、分层估噪阈值、软阈值函数、指数阈值函数和收缩指数阈值函数进行去噪试验,结果表明,收缩指数阈值函数和分层估噪阈值去噪效果较好。从阈值函数选取上看,收缩指数阈值函数去噪效果最好(32.3118 & 0.0141),其次是指数阈值函数(30.4301 & 0.0175),最后是软阈值函数(23.5500 & 0.0385);从阈值选取上看,分层估噪阈值去噪效果最好(33.9360 & 0.0117),其次是估噪阈值(32.3118 & 0.0141)。该方法去噪效果好,可从噪声中提取有用信息,可用于对大型轴承运转的有效诊断。

关键词: 去噪;阈值函数;阈值;轴承信号

中图分类号: TG702;TH133.3;TN911.7 **文献标志码:** A **DOI:**10.3969/j.issn.1000-7008.2020.03.020

Improvement on Threshold and Threshold Function of Wavelet Based on Bearing Simulation Signal

Yang Zheng, Wang Weibing, Li Renhua, Huo Yingke, Jia Yongpo

Abstract: According to the poor de-noising effect of the traditional wavelet method in bearing signal, improved wavelet threshold and improved wavelet threshold function are proposed. In the threshold function, an exponential threshold function is proposed on the basis of the soft threshold function. On the basis of threshold, the estimated value of horizontal noise is introduced on the basis of fixed threshold, and the threshold of noise estimation is given. On the basis of estimating the threshold of noise, the amount of the noise is combined with the increase of the decomposition layer to reduce this property, and the thresholding is given. By selecting the fixed threshold, the threshold value of the noise estimation and the thresholding, the soft threshold function, the exponential threshold function and the contraction index threshold function are used to carry out the de-noising experiment, the SNR & RMSE is used to characterize the effect of bearing signal de-noising. The experimental results show that the threshold function of the contraction exponent, the threshold de-noising threshold, is the best (33.9360 & 0.0117). From the threshold function selection, the shrinkage index threshold function has the best de-noising effect (32.3118 & 0.0141), followed by the exponential threshold function (30.4301 & 0.0175), and the last is the soft threshold function (23.5500 & 0.0385). From the threshold selection, hierarchical noise threshold has the best de-noising effect (33.9360 & 0.0117), followed by noise threshold (32.3118 & 0.0141). This method has better removal effect, can extract useful information from noise, lay a foundation for effective diagnosis of large bearing operation.

Keywords: de-noising; threshold function; threshold; bearing signal

1 引言

轴承在运行过程中的振动信号较弱、故障冲击能量较低,故障信号通常受测试过程中现场环境和设备的干扰,具有非线性、非平稳和跨尺度复杂等特点。传统信号处理方法(傅里叶变换 FT)比较适合处理平稳信号,但是不能对非平稳、非线性的信号进行局部分析,具有一定局限性。轴承振动信号是一种非线性非平稳信号,非平稳信号去噪是信号处理

领域中的经典问题^[1],是一种分布参数随时间变化的随机信号。小波变换因自身良好的局部时频分析能力^[2,3],具有传统降噪方法不可比拟的优越性^[4,5]。但因传统小波分解去噪效果不佳,主要表现在阈值函数选择和阈值选取两方面。若阈值函数或阈值选取不佳,对小波分解降噪效果影响较大。

目前关于小波改进降噪算法很多,基本上都是通过改进阈值函数或阈值达到理想的降噪效果。然而这些方法并没有真正体现改进阈值函数的去噪原理,如改进阈值函数需要满足渐进性、无偏差性、连

续性三个条件。

鉴于上述问题,提出阈值函数的两种改进方法和阈值的改进方法,并对小波改进阈值函数和改进阈值进行总结。小波改进阈值函数可分为指数衰减型阈值函数和对数衰减型阈值函数两大类。小波阈值函数改进思想是基于上述两类改进阈值函数思想衍变而成^[6,7]。小波去噪的阈值和阈值函数基本思想是去除小系数,收缩或保留大系数。小波去噪思想^[8]是分解层数、阈值处理、重构,对小波信号进行小波 N 层分解,选取阈值并运用阈值函数量化各层系数,利用处理后的系数重构信号。小波去噪问题包括小波基选择、阈值选择、阈值函数选择。

2 阈值

估噪阈值公式可表示为

$$t_2 = \sigma \sqrt{2 \log L} \quad (1)$$

估噪阈值去噪存在阈值选取问题。若阈值过小,则噪声去除有残留;若阈值过大,则部分信号会被滤除^[9,10]。噪声小波系数随分解层增大而减小,故对信号去噪时,不同分解层阈值应随分解层数的增加而减小。

不同分解层下的估噪阈值为

$$t_3(j) = \frac{\sigma \sqrt{2 \log L}}{j} \quad (2)$$

式中, L 为信号长度; σ 为水平噪声估计值,其中, $\sigma = \frac{\text{median}(W_{j,k})}{0.6745}$ 。

3 阈值函数

3.1 软阈值函数

小波分解系数为 $w_{j,k}$, 阈值量化后的小波系数为 $f(w_{j,k})$ 。软阈值函数为^[11]

$$f_1(w_{j,k}) = \text{sgn}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda) \quad (3)$$

软阈值估计得到的小波系数整体连续性较好且估计信号不会产生附加振荡,但会压缩信号,存在一定偏差,影响重构信号与真实信号的逼近程度。

3.2 指数衰减型阈值函数

为克服软阈值函数的缺点,提出逼近指数型阈值函数,其函数表达式为

$$f_2(w_{j,k}) = \text{sgn}(w_{j,k}) \left(|w_{j,k}| - \frac{\lambda^2}{|w_{j,k}| + e^{|w_{j,k}| - \lambda}} \right) \quad (4)$$

式中, $|w_{j,k}| \leq \lambda$ 和 $|w_{j,k}| > \lambda$ 分别为降噪前后的小波变换系数,即第 j 层下的第 k 个小波系数。

当变化前小波系数绝对值小于或等于阈值时

($|w_{j,k}| \leq \lambda$), 与传统阈值函数相同,将变化前小波系数全部置零;当变换前小波系数绝对值大于阈值时($|w_{j,k}| > \lambda$),将变化前小波系数进行收缩。软阈值函数、硬阈值函数、逼近指数型阈值函数见图 1。

逼近指数型阈值函数推导过程如下:

(1) 逼近性

当 $w_{j,k} > 0$ 时,有

$$\frac{f(w_{j,k})}{w_{j,k}} = 1 - \frac{\lambda^2}{1 + \frac{e^{w_{j,k} - \lambda} - 1}{w_{j,k}}} \rightarrow \lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} \frac{f(w_{j,k})}{w_{j,k}} = 1 \quad (5)$$

同理可得,当 $w_{j,k} < 0$ 时,有

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} \frac{f(w_{j,k})}{w_{j,k}} = 1 \quad (6)$$

综上所述, $\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} f(w_{j,k}) - w_{j,k} = 0$, $f(w_{j,k})$ 渐近线为 $f(w_{j,k}) w_{j,k} = 0$

(2) 连续性

当 $w_{j,k} \rightarrow \lambda^+$ 时,有

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} f(w_{j,k}) = \lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^+} \left(w_{j,k} - \frac{\lambda^2}{w_{j,k} + e^{w_{j,k} - \lambda} - 1} \right) = 0 \quad (7)$$

同理可得,当 $w_{j,k} \rightarrow \lambda^-$ 时,有

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda^-} f(w_{j,k}) = 0 \quad (8)$$

综上所述, $\lim_{w_{j,k} \rightarrow \lambda} f(w_{j,k}) = 0$, $f(w_{j,k})$ 在 $\pm \lambda$ 点处连续, $f(w_{j,k})$ 在小波域内连续,克服了硬阈值函数存在间断的缺点。

(3) 偏差性

当 $w_{j,k} > 0$ 时,有

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow +\infty} [f(w_{j,k}) - w_{j,k}] = 0 \quad (9)$$

当 $w_{j,k} < 0$ 时,有

$$\lim_{w_{j,k} \rightarrow -\infty} [f(w_{j,k}) - w_{j,k}] = 0 \quad (10)$$

综上所述,随着 $w_{j,k} \rightarrow \infty$, $f(w_{j,k})$ 逐渐逼近 $w_{j,k}$, 克服了软阈值函数存在偏差的缺点。

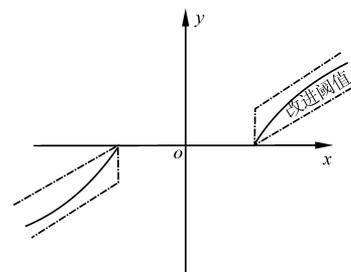


图 1 软硬阈值函数和逼近指数型阈值函数

3.3 收缩性指数衰减型阈值函数

逼近指数型阈值函数属于小波软阈值函数的改进。为了让改进小波阈值函数介于小波硬阈值函数和小波软阈值函数之间,提出带有收缩性的逼近指

数型阈值函数,通过调整参数因子 a ,将小波硬软阈值函数结合在一起。其函数表达式为

$$f_3(w_{j,k}) = a \times w_{j,k} + (1 - a) \times f_2(w_{j,k}) \quad (11)$$

式中, $w_{j,k}$ 和 $f(w_{j,k})$ 分别为降噪前后的小波变换系数,即第 j 层下的第 k 个小波系数; a 取值范围为 $0 \sim 1$ 。

当变化前小波系数绝对值小于或等于阈值时 ($|w_{j,k}| \leq \lambda$),与传统阈值函数相同,将变化前小波系数全部置零;当变换前小波系数绝对值大于阈值时 ($|w_{j,k}| > \lambda$),将变化前小波系数进行收缩。收缩性逼近指数型衰减型阈值函数满足渐进性、无偏差性、连续性三个条件。

4 仿真结果及分析

(1) 仿真信号及仿真程序

位移常数 $y_0 = 5$; 阻尼系数 $g = 0.1$; 冲击故障发生的周期 $T = 0.01$; 采样点数 $N = 4096$; 固有振动频率 $f_n = 3000\text{Hz}$; 故障特征频率为 100Hz ; 采样频率 $f_s = 20\text{kHz}$, 为 0.01s ; 采样点数为 $N = 4096$ ^[12-14], 有

$$y(t) = y_0 e^{-\xi\omega_n t} \sin\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} t \quad (12)$$

(2) 仿真结果

采用去噪后信噪比 SNR 与均方根误差 RMSE 来评估去噪性能指标^[15]。选用 db6 小波基,分解层数为 3 层。阈值分别为估噪阈值、分层估噪阈值,阈值函数分别为软阈值函数、指数阈值函数、收缩指数阈值函数。其中,收缩阈值函数调节因子 $a = 0.6$ 。图 2 为原始轴承信号 0.2s 的数据。

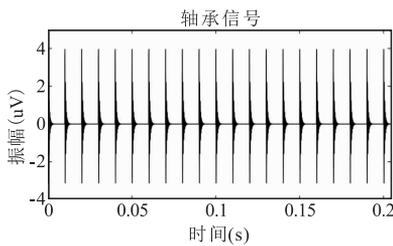


图2 原始轴承信号

从图 3 可以看出,指数型阈值函数、收缩型指数型阈值函数均对软阈值函数做了进一步改进。阈值函数选取方面,从 SNR 和 RMSE 数值表征去噪效果上来看,收缩型指数阈值函数去噪效果最好,其次是指数型阈值函数,最后是软阈值函数;阈值选取方面,从 SNR 和 RMSE 数值表征去噪效果上看,分层估噪阈值去噪效果最好,其次是估噪阈值。

表 1 为不同阈值及不同阈值函数在轴承信号上去噪效果对比。从 SNR 和 RMSE 数值表征去噪效果看,去噪效果的优劣与阈值函数有关,阈值函数不

同,则去噪原理和效果不同。

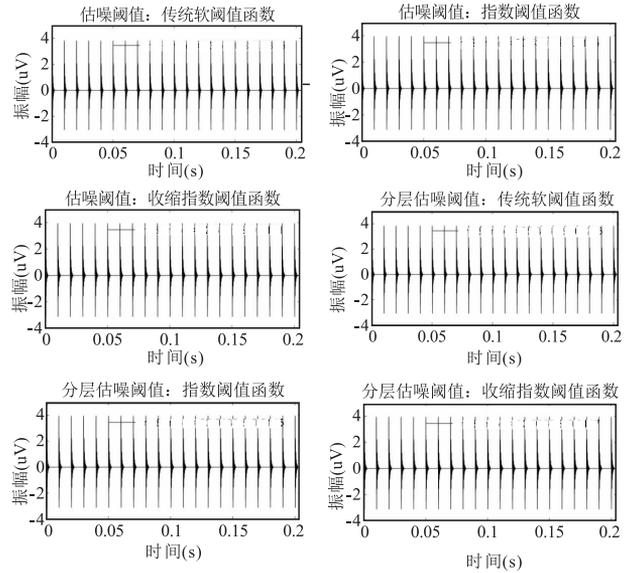


图3 不同阈值与不同阈值函数的去噪效果

表 1 不同阈值及阈值函数去噪效果对比(SNR & RMSE)

阈值函数	估噪阈值	分层估噪阈值
软阈值函数	23.5500 & 0.0385	25.8765 & 0.0295
指数阈值函数	30.4301 & 0.0175	32.0183 & 0.0145
收缩指数阈值函数	32.3118 & 0.0141	33.9360 & 0.0117

5 试验分析

滚动轴承在转动设备中应用广泛但易损坏。当滚动轴承故障时,在一定负载情况下会产生非平稳性机械波,而机械波的振动特征、波形特征等部分信息能反映轴承是否正常运转。在工程应用领域,振动监测仪采集到的轴承信号含有其他干扰噪声,从有强背景噪声中提取有用轴承信号,对检测滚动轴承状态有重要意义^[16]。

从机械设备上采集到的轴承信号所带有的噪声一般为高斯白噪声,即符合零均值的标准正态分布。由于噪声在小波域对应的系数满足高斯白噪声分布,则噪声小波系数方差为 σ 。根据高斯分布的特性,噪声系数多数分布在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 内(阈值 $t = 3\sigma$),信号系数则分布在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 外。硬阈值函数将分布在 $[-3\sigma, 3\sigma]$ 内小波系数置零^[17],能最大程度抑制噪声,但会稍微损伤有效信号。将经过阈值处理后的小波系数重构,得到去噪后信号。常用的软阈值函数用于解决硬阈值函数“一刀切”问题(模小于 3σ 的小波系数全部切除,大于 3σ 全部保留,会在小波域产生突变,导致去噪后结果产生局部抖动)^[18]。软阈值函数将模小于 3σ 小波系数全部置零,而将模大于 3σ 小波系数统一减去 3σ ,小于

-3σ 的小波系数统一加 3σ 。经过软阈值函数处理小波系数在小波域比较光滑^[19]。软阈值函数原理是收缩小波大系数和抑制小波小系数,其优点是解决硬阈值函数“一刀切”现象,缺点是易出现过平滑现象。

6 结语

针对轴承振动信号分析传统小波去噪方法的缺点,介绍改进小波阈值及改进阈值函数,通过对比得出改进小波去噪方法较传统小波去噪方法的去噪效果好。

针对传统小波软阈值函数和硬阈值函数的不足,提出了两种改进对数型阈值函数,克服了硬阈值函数的不连续性和软阈值函数的偏差性缺点;针对传统小波统一阈值去噪存在阈值选取的缺点,提出了不同分解层下不同阈值的选取准则,克服了传统小波统一阈值设置不当而使去除噪声不完全以及去除有用信号的缺点。

通过选取不同的阈值结合不同的阈值函数进行对比分析,得到适用于轴承信号有效去噪方法,更好地去除噪声,从含噪信号中提取到有用信息,在大型轴承运转过程中有效诊断故障类型并加以处理,对于机械设备的安全运行有重要应用价值。

参考文献

- [1] 马泽玮,崔宝珍. 基于广义形态学滤波和 EEMD 分解的滚动轴承故障诊断[J]. 中国农机化学报,2015,36(2):269-273.
- [2] 李舜酩,郭海东,李殿荣. 振动信号处理方法综述[J]. 仪器仪表学报,2013,34(8):1907-1915.
- [3] 焦飞,陈璞,朱少华. 小波消噪在光纤陀螺温度补偿中的应用[J]. 压电与声光,2014(5):768-771.
- [4] 张春友,侯莹莹,生兆洲. 基于小波变换和 Labview 的内燃机振动信号处理[J]. 中国农机化学报,2015,36(1):233-237.
- [5] Om H, Biswas M. An improved image de-noising method based on wavelet thresholding[J]. Journal of Signal & Information Processing,2012,3(1):109-116.
- [6] 张元龙,杨鹏. 基于改进小波阈值函数医学 CT 图像降噪[J]. 计算机与数字工程,2017,45(11):2263-2268.

- [7] 薛慧. 基于小波与小波包分析的 CT 图像去噪研究[J]. 中国医学物理学杂志,2011,28(2):2541-2545.
- [8] 林克正,李殿璞. 基于小波变换的去噪方法[J]. 哈尔滨工程大学学报,2000,21(4):21-23.
- [9] 张通,张骏,张怡. 基于改进小波阈值的激光陀螺漂移信号降噪[J]. 仪器仪表学报,2011,32(2):258-263.
- [10] 高文仲,陈志云,曾秋梅. 小波阈值图像去噪算法改进[J]. 华东师范大学学报(自然科学版),2013(6):83-92.
- [11] 纪峰,李翠,常霞,等. 基于改进阈值函数的自适应图像去噪方法[J]. 传感技术学报,2014(3):351-354.
- [12] 王德志. 滚动轴承的诊断与维护[M]. 北京:中国铁道出版社,1994.
- [13] 梅宏斌. 滚动轴承振动监测与诊断理论·方法·系统[M]. 北京:机械工业出版社,1995.
- [14] 汪庆年,黄建红,武和雷. 小波变换及其在滚动轴承故障诊断中的应用[J]. 南昌大学学报(工科版),2005,27(1):77-80.
- [15] Aarya I, Jiang D, Gale T. Adaptive SNR filtering technique for Rician noise de-noising in MRI[C]. The 6th 2013 Biomedical Engineering International Conference,2013.
- [16] 侯蒙蒙,许同乐,高朋飞,等. 基于 LMD 分解的风机轴承故障信号提取研究[J]. 中国农机化学报,2015,36(2):277-279.
- [17] 魏文畅,杨俊杰,蔡建立. 基于小波变换的半软阈值参数算法研究[J]. 计算机工程与应用,2009,45(1):73-76.
- [18] 陈世平,王振忠,俞辉,等. 改进小波包多阈值去噪法及其工程应用[J]. 中国机械工程,2017,28(20):2414-2419.
- [19] 刘彬,戴桂平. 基于白化检验和 3σ 准则的小波阈值去噪算法[J]. 传感技术学报,2005,18(3):473-476.
第一作者:杨铮,硕士,助理工程师,河北钢铁集团邯郸分公司自动化部,056000 河北省邯郸市
First Author: Yang Zheng, Master, Assistant Engineer, HDIS Automation Department of HBIS, Handan, Hebei 056000, China
通信作者:王伟兵,硕士,高级工程师,河北钢铁集团邯郸分公司自动化部,056000 河北省邯郸市
Corresponding Author: Wang Weibing, Master, Senior Engineer, HDIS Automation Department of HBIS, Handan, Hebei 056000, China