

用经纬仪测量转台回转轴线水平度的方法

蒋士强¹, 李勇志², 刘逸康¹, 任顺清¹

¹哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心;²北京自动化控制设备研究所

摘要: 为了准确测试水平轴系回转轴线的水平度,将反射镜安装在水平轴系的轴端,用经纬仪对准反射镜,旋转回转轴系,使经纬仪与反射镜准直,并记录经纬仪的竖直角;将经纬仪的竖直轴和俯仰轴翻转 180°,对准反射镜后旋转轴系,记录竖直角;计算出回转轴线的水平度。该方法可自动补偿反射镜与回转轴线的垂直度误差和经纬仪俯仰轴的零位误差,提高回转轴线水平度的测试精度。通过实测与误差分析验证了方法的可行性。

关键词: 经纬仪;水平轴线;水平度;准直

中图分类号: TG806;TH761.1

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1000-7008.2020.07.021

Levelness Measurement Method about Horizontal Axis Line with Theodolite

Jiang Shiqiang, Li Yongzhi, Liu Yikang, Ren Shunqing

Abstract: In order to measure the levelness of the rotating axis line of the horizontal axis system accurately, a reflector is installed on the end of the horizontal axis, and a theodolite is aligned with the reflector. Then vertical angle readouts of the theodolite are recorded while axis system rotating to certain angular positions. Subsequently, both the vertical and horizontal axis of the theodolite rotated 180°, then aligned to the reflector once more, and repeated the above procedures. Finally the levelness of the rotating axis line is calculated by the measurement data. In this way, the perpendicularity of the reflector surface versus the rotating axis line, the zero position error of the pitch axis of the theodolite are compensated automatically, which improve the measurement accuracy. The method is verified by experiment and error analysis.

Keywords: theodolite; horizontal axis line; levelness; collimation

1 引言

在安装调试过程中,具有回转轴系的转台一般都有调平环节。水平回转轴系需将回转轴系调整到水平面内,竖直轴系则应将回转轴系调整到与水平面垂直。对于三轴转台,无论立式还是卧式,用水平仪即可测试轴线间的垂直度,易于实现竖直轴线的调平^[1]。但是对于卧式单轴转台,很难用水平仪引出其水平回转轴线,利用自准直仪引出的回转轴线亦因为其光轴非水平,无法满足要求。

水平基准技术在工程应用中不可或缺。例如文献[2]用水银盘或硅油盘配合经纬仪将水平面引出,成功检测了导弹弹体的几何参数;文献[3]设计了重力摆水平基准实验系统;文献[4]提出了以 CCD 器件为传感器的光学水平基准的测量方法。

为了准确测试水平轴系回转轴线的水平度,提出了采用经纬仪和反射镜配合测量转台水平回转轴线水平度的方法。经纬仪在设备的调试与检测中应用广泛^[5,6],文中方法主要应用了经纬仪的准直功能。用水平仪将经纬仪的竖直轴调整到铅垂状态,将反射镜安装在转台水平轴轴端,待角度间隔旋转

轴系停止后,调整经纬仪视准轴与反射镜准直,记录经纬仪竖直角,计算出转台水平轴线的水平度。

2 坐标系的建立及测试原理

将反射镜安装在转台水平轴系的轴端,并使经纬仪对准反射镜。将电子水平仪放置于经纬仪上方,旋转经纬仪竖直轴,根据水平仪读数的变化,调整经纬仪的地脚,使水平仪读数变化达到最小,此时可认为经纬仪的竖直轴铅垂。

为方便分析,建立基准坐标系 $O_0X_0Y_0Z_0$ 、经纬仪坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1$ 、转台水平轴坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 及反射镜坐标系 $O_3X_3Y_3Z_3$ 。其中,基准坐标系的 O_0Z_0 轴铅垂, O_0X_0 由经纬仪指向反射镜,与回转轴线在水平地面内的投影平行, O_0Y_0 由右手法则确定。经纬仪坐标系的 O_1Z_1 轴与经纬仪竖直轴重合, O_1Y_1 轴与经纬仪俯仰轴重合, O_1X_1 由右手法则确定。坐标系示意图见图 1。

在水平轴系处于零位,且忽略误差的理想情况下,上述坐标系完全重合。但经纬仪的俯仰轴存在零位误差 $\Delta\lambda_y$,经纬仪坐标系相对于基准坐标系的姿态矩阵为

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta\lambda_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Delta\lambda_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

当经纬仪的视准轴与竖直轴垂直时,经纬仪竖直角读数与 90° 或 270° 的差值即为俯仰轴零位误差 $\Delta\lambda_y$ 。

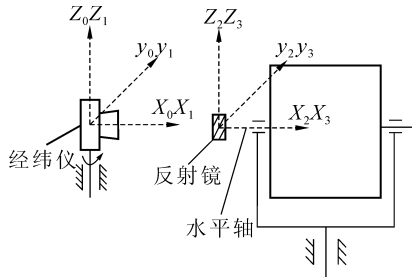


图1 坐标系

对于水平轴坐标系,主要误差源为单轴转台的水平回转轴线与基准坐标系 O_0X_0 轴之间的水平度 $\Delta\theta$,即需要测试的水平度误差。在考虑轴线水平度前提下,绕水平回转轴系 O_2X_2 轴旋转 α 角得到水平轴坐标系,相对于基准坐标系的姿态矩阵为

$$A_2^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Delta\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

对于反射镜坐标系,考虑安装过程中存在的误差 $\Delta\beta_y$ 和 $\Delta\beta_z$,其相对于水平轴坐标系的姿态矩阵为

$$A_3^0 = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\beta_z & \Delta\beta_y \\ \Delta\beta_z & 1 & 0 \\ -\Delta\beta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

忽略二阶小量,由式(2)和式(3)可得反射镜坐标系相对基准坐标系的姿态矩阵为

$$A_3^0 = A_2^0 A_3^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Delta\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\beta_z & \Delta\beta_y \\ \Delta\beta_z & 1 & 0 \\ -\Delta\beta_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\beta_z + \Delta\theta\sin\alpha & \Delta\beta_y + \Delta\theta\cos\alpha \\ \Delta\beta_z\cos\alpha + \Delta\beta_y\sin\alpha & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ -\Delta\theta + \Delta\beta_z\sin\alpha - \Delta\beta_y\cos\alpha & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

则反射镜法线单位向量 $[1 \ 0 \ 0]^T$ 在基准坐标系下可表示为

$$A_3^0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \Delta\beta_z\cos\alpha + \Delta\beta_y\sin\alpha \\ -\Delta\theta + \Delta\beta_z\sin\alpha - \Delta\beta_y\cos\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $\Delta\beta_z\cos\alpha + \Delta\beta_y\sin\alpha$ 为反射镜法线绕 O_3Z_3 方向的水平度,可由经纬仪水平角读出; $-\Delta\theta + \Delta\beta_z\sin\alpha - \Delta\beta_y\cos\alpha$ 为反射镜法线绕 O_3Y_3 方向的水平度,可由经纬仪竖直角读出。

经纬仪竖直角读数为其视准轴与竖直轴的夹角,当经纬仪的视准轴 O_1X_1 与转台水平轴端反射镜的法线 O_3X_3 平行时,称为准直。

综上所述,经纬仪与反射镜准直时经纬仪竖直角的计算式为

$$\theta_1 = 90^\circ + \Delta\lambda_y - \Delta\theta + \Delta\beta_z\sin\alpha - \Delta\beta_y\cos\alpha \quad (6)$$

将经纬仪分别绕 O_1Y_1 、 O_1Z_1 即视准轴与竖直轴翻转 180° ,此时经纬仪坐标系相对于基准坐标系的姿态矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta\lambda_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\Delta\lambda_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta\lambda_y \\ 0 & -1 & 0 \\ -\Delta\lambda_y & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由经纬仪读数的特点可知,翻转后经经纬仪竖直角的计算式为

$$\theta_2 = 270^\circ + \Delta\lambda_y + \Delta\theta - \Delta\beta_z\sin\alpha + \Delta\beta_y\cos\alpha \quad (8)$$

式中, $90^\circ + \Delta\lambda_y - \Delta\theta$ 和 $270^\circ + \Delta\lambda_y + \Delta\theta$ 在测试数据中表现为常数项; $\Delta\beta_z\sin\alpha$ 、 $\Delta\beta_y\cos\alpha$ 为反射镜相对于回转轴线的垂直度误差,表现为一次谐波,如不消除将对轴线水平度的测试产生影响。

针对式(6),采用最小二乘法将其写成矩阵形式为

$$\theta_1 = \Phi K + \varepsilon \quad (9)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \sin 0^\circ & -\cos 0^\circ \\ 1 & \sin 30^\circ & -\cos 30^\circ \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin 330^\circ & -\cos 330^\circ \end{bmatrix}$$

$$K = [90^\circ + \Delta\lambda_y - \Delta\theta \quad \Delta\beta_z \quad \Delta\beta_y]^T$$

则 K 的最小二乘法估计为

$$\hat{K} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \theta_1 \quad (10)$$

同理也可用于式(8)。

3 测试实例与误差分析

根据上述原理,在转台运行一周的过程中,每旋转 30° 控制转台停止。此时将经纬仪对准反射镜,在经纬仪视准轴与反射镜准直后记录经纬仪竖直角,共有12组数据。记录完毕后,将经纬仪的竖直轴与俯仰轴均翻转 180° ,并对准反射镜准直后,再

次记录经纬仪的 12 个竖直角。测得的数据见表 1。

表 1 经纬仪测量转台水平轴线水平度数据

水平轴系角位置	翻转前竖直角 θ_1	翻转后竖直角 θ_2
0°	89°57'45"	270°07'52"
30°	89°55'07"	270°10'47"
60°	89°54'07"	270°11'31"
90°	89°55'02"	270°10'30"
120°	89°58'03"	270°07'29"
150°	90°01'39"	270°03'41"
180°	90°05'36"	269°59'53"
210°	90°08'22"	269°57'14"
240°	90°09'17"	269°56'10"
270°	90°07'49"	269°57'37"
300°	90°05'17"	270°00'26"
330°	90°01'28"	270°04'07"

根据式(9)和式(10),计算可得

$$\begin{aligned} \theta_1(\alpha) &= 90^\circ + \Delta\lambda_y - \Delta\theta - \Delta\beta_y \cos\alpha + \Delta\beta_z \sin\alpha \\ &= 90^\circ + 97.7'' - 234.5'' \times \cos\alpha - 387.2'' \times \sin\alpha \quad (11) \end{aligned}$$

如果各次测量均为等精度测量,则可通过计算残差 ε 的标准差得到经纬仪测量值的不确定度。根据模型(9)可知,测量过程中有 3 个未知数。利用统计分析的方法得到第 1 组测试值的残差标准差 σ_1 为

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon^T \varepsilon}{12-3}} \quad (12)$$

$$\varepsilon = \theta_1 - \hat{\Phi}K \quad (13)$$

可得 $\sigma_1 = 7.9''$ 。则常数项的不确定度 σ_{1c} 为

$$\sigma_{1c} = \sqrt{d_1} \sigma_1 = 0.2886 \times 7.9'' \approx 2.3'' \quad (14)$$

式中, d_1 为信息矩阵的逆 $(\Phi^T \Phi)^{-1}$ 对角线上的第一个元素,其大小决定了常数项最小二乘估计的精度。

同理,式(8)利用最小二乘法得

$$\begin{aligned} \theta_2(\alpha) &= 270^\circ + \Delta\lambda_y + \Delta\theta + \Delta\beta_y \cos\alpha - \Delta\beta_z \sin\alpha \\ &= 270^\circ + 236.4'' + 242.4'' \times \cos\alpha + 388.4'' \times \sin\alpha \quad (15) \end{aligned}$$

第 2 组测试值的残差标准差 $\sigma_2 = 6.2''$ 。则常数项的不确定度为

$$\sigma_{2c} = \sqrt{d_1} \sigma_2 = 0.2886 \times 6.2'' \approx 1.8'' \quad (16)$$

综上所述,由式(11)和式(15)中的常数项可得水平回转轴线水平度为

$$\Delta\theta = \frac{(270^\circ + \Delta\lambda_y + \Delta\theta) - (90^\circ + \Delta\lambda_y - \Delta\theta) - 180^\circ}{2} = 69.4'' \quad (17)$$

由于两组数据均为独立测量,根据式(17),则 $\Delta\theta$ 的不确定度为

$$\sigma_{\Delta\theta} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_{1c}^2 + \sigma_{2c}^2} \approx 1.5'' \quad (18)$$

在图 1 的双轴台中,两回转轴线垂直度小于 $1''$,人为设置后由水平仪测得内环轴的铅垂度为 $68''$,说明外环轴的水平度为 $67'' \sim 69''$,用该方法测量外环轴的水平度为 $69.4''$,两者的一致性说明该方法可行。从式(11)可得, $\Delta\beta_y = 234.5''$, $\Delta\beta_z = -387.2''$ 。从式(15)可得, $\Delta\beta_y = 242.4''$, $\Delta\beta_z = -388.4''$ 。镜面与回转轴线垂直度测量值的一致性也说明了测试数据的有效性,两组数据综合得到 $\Delta\theta$ 的不确定度为 $1.5''$ 。

4 结语

(1)提出了利用经纬仪测量水平回转轴线水平度的方法。

(2)该方法通过经纬仪视准轴与水平轴端反射镜准直时竖直角的读数,计算出了转台回转轴线的水平度。计算过程可自动补偿安装的反射镜对回转轴线的垂直度误差和经纬仪俯仰轴的零位误差,提高了测试精度。

(3)通过对实测数据进行统计分析,证明了利用经纬仪测量水平回转轴系水平度的方法可行,且测量不确定度为 $1.5''$ 。

参考文献

- [1]任顺清,陈希军,王常虹. 惯导测试设备的检测及试验技术[M]. 北京:科学出版社,2017.
- [2]张志君,付芸,武克用. 基于光学基准法的导弹弹体几何参数检测[J]. 测试技术学报,2004,18(2):144-146.
- [3]权贵秦. 重力摆水平基准技术研究[J]. 西安工业学院学报,1993,13(2):152-156.
- [4]李临. 基于 CCD 技术的自举式光学水平基准测量方法[J]. 传感器技术,2001,20(2):32-34.
- [5]喻彩丽,楼少敏,吴立军. 光学经纬仪三坐标测量系统的计算方法及误差分析[J]. 工具技术,2005,39(8):83-85.
- [6]任顺清,陈海兵,赵洪波. 用经纬仪测量大尺寸三维导轨垂直度的方法[J]. 仪器仪表学报,2012,33(1):188-193.

第一作者:蒋士强,硕士研究生,哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术研究中心,150080 哈尔滨市

First Author: Jiang Shiqiang, Postgraduate, Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China