

考虑制造误差的圆柱斜齿轮传动动力学计算与分析

刘瑞波,张登攀,张洪良,王黎阳,王宇

河南理工大学机械与动力工程学院

摘要: 制造误差是影响齿轮传动动态性能的不可忽略因素。在考虑时变啮合刚度、综合啮合误差和阻尼等非线性因素基础上,建立含有制造误差的六自由度斜齿轮动力学模型。采用蒙特卡洛法求解齿轮的制造误差,利用龙格卡库法求解建立的齿轮动力学模型,通过分析一对实际的啮合齿轮得到其传动动态特性。研究表明:制造误差是影响齿轮传动误差的最主要因素,齿轮的误差激励是影响高速重载齿轮动态特性的关键因素,对于高速重载齿轮需提高其制造精度以减小误差激励。

关键词: 制造误差;传动误差;蒙特卡洛方法;齿轮动力学

中图分类号: TG86;TH741

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1000-7008.2020.09.022

Dynamic Calculation and Analysis of Cylindrical Helical Gear Transmission by Considering Manufacturing Error

Liu Ruitao, Zhang Dengpan, Zhang Hongliang, Wang Liyang, Wang Yu

Abstract: Manufacturing error affects the dynamic performance of gear transmission, which is a non-negligible factor. Based on the nonlinear factors such as time-varying meshing stiffness, integrated meshing error and damping, a six degree of freedom helical gear dynamic model with manufacturing error is formed in this paper. Monte Carlo method is used to solve the manufacturing error of the gear. The gear dynamics model established is solved by using the runge-kaku method, by analyzing a pair of actual meshing gears. The dynamic characteristics of transmission are obtained. The research shows that manufacturing error is the most important factor affecting the gear transmission error. The error excitation of gear is the key factor that affects the dynamic characteristics of high speed and heavy load gear. For high-speed heavy-duty gear, manufacturing accuracy should be improved to reduce error excitation.

Keywords: manufacturing error; transmission error; monte carlo method; gear dynamic

1 引言

高精度的齿轮零件可以获得准确的传动比,目前,齿轮的制造精度越来越高,噪声控制越来越好^[1]。但在实际的齿轮制造过程中,由于机床加工精度、刀具磨损及齿轮毛坯安装位置等因素使得齿轮的制造误差难以避免。由于齿轮是弹性体,理论渐开线不能精确啮合,故齿轮在传动过程中必定存在误差。

齿轮制造误差的组成比较复杂,检测齿轮制造误差的项目繁多^[2],在齿轮动力学上,齿轮制造误差反馈在齿轮传递误差上。陈文华等^[3]针对齿轮中各项制造误差具有不同分布概率的特点,提出了齿轮系统传递误差的蒙特卡洛分析方法;林长洪等^[4]通过研究传动误差的计算方法,得出使用蒙特卡洛法进行齿轮的传动误差计算最为方便的结论;林江^[5]研究了齿轮制造误差对齿轮振动的影响并

提出了一种齿轮啮合线上综合误差的计算方法;Chen H. T. 等^[6]通过研究发现齿轮制造误差的随机波动,将制造误差中引入随机变量进行分析计算;魏静等^[7]定性分析了激励频率、啮合阻尼以及齿间间隙对六自由度斜齿轮系统的影响,研究了其分岔与混沌的激励与途径。

综上所述,目前制造误差主要近似表示为正弦函数形式,但对其参数取值的数值范围多为自定义,失去了准确性。本文采用蒙特卡洛模拟法分析齿轮制造误差的科学取值,并建立斜齿圆柱齿轮副弯-扭-轴耦合分析模型,利用 MATLAB 软件中的 ode45 模块求解分析一对实际啮合齿轮,研究高速重载齿轮的动力学特性。

2 齿轮系统激励参数分析

在齿轮传动运行过程中,会伴随着复杂的激励产生,齿轮的内部激励主要是刚度激励、误差激励以及啮合冲击激励^[8],研究造成齿轮内部激励的因素对齿轮动态性能的分析至关重要。

2.1 制造误差

齿轮制造误差是齿轮在生产中多过程叠加的结果,其中包括加工机床系统误差、刀具误差和齿轮定位误差等。目前,大部分学者都将齿轮的综合制造误差曲线近似表示为一条正弦曲线^[9](见图1)。

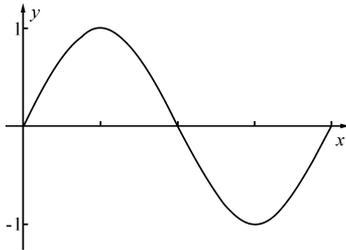


图1 齿轮制造误差

齿轮的综合制造误差曲线的表达式可表示为

$$e(t) = e_m + e_x \sin(2\pi\omega t/T + \varphi) \quad (1)$$

式中, e_m 为齿轮啮合误差常值; e_x 为齿轮啮合误差的幅值; T, ω, φ 分别为齿轮副啮合周期、啮合频率和初始相位角。

对于以上参数的取值,多数研究是将齿轮啮合误差常值取值为0,对齿轮啮合误差的幅值取值为 $1\mu\text{m}$ 或 $10\mu\text{m}$ 。但是齿轮的制造误差幅值不是恒定不变,而是含有很多随机因素的叠加组合,故分析齿轮制造误差可以使用概率的方法。

为了更加符合实际情况,采用蒙特卡洛方法来计算齿轮的制造误差。齿轮的制造误差总体来说可分为几何偏心与运动偏心两种^[10],所以齿轮的制造误差可以由反映齿轮几何偏心与运动偏心的切向综合误差 F_i 和反映齿轮齿形误差与基节误差的齿间切向综合误差 f_i 来表示。其公式为

$$T = \frac{1}{2}(F_i - f_i) \sin\theta + \frac{1}{2}f_i \sin n\theta \quad (2)$$

式中, θ 为齿轮相位角,服从 $[0, 2\pi]$ 间的均匀分布; n 为齿数; $\frac{1}{2}(F_i - f_i)$ 和 $\frac{1}{2}f_i$ 均服从瑞利分布,两者相互独立。

由 $\frac{1}{2}(F'_i - f'_i)$ 与 $\frac{1}{2}f'_i$ 可分别得出其概率分布函数、抽样公式和分布参数,可表示为

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\eta}\right)^2\right] \quad (3)$$

$$X = \eta \sqrt{-2\ln R} \quad (4)$$

式中, R 为服从 $[0, 1]$ 均匀分布的随机变量; η 为分布参数。

$\frac{1}{2}(F'_i - f'_i)$ 的分布参数 η_1 为

$$F\left(\frac{1}{2}(F'_i - f'_i)\right) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{(F'_i - f'_i)}{\eta_1}\right]^2\right) \quad (5)$$

$$\eta_1 = \frac{(F'_i - f'_i)}{2\sqrt{-2\ln(1-0.997)}} = \frac{F'_i - f'_i}{6.8} \quad (6)$$

同理可得 $\frac{1}{2}f'_i$ 的分布参数 η_2 为

$$\eta_2 = \frac{f'_i}{2\sqrt{-2\ln(1-0.997)}} = \frac{f'_i}{6.8} \quad (7)$$

齿轮相位角 θ 的概率分布函数为

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} (0 \leq x \leq 2\pi) \quad (8)$$

其抽样公式为

$$X = 2\pi R \quad (9)$$

2.2 传动误差的计算

齿轮在啮合传动中,由于制造误差、安装误差和啮合弹性变形等原因会使齿轮系统在啮合传动时产生传动误差。齿轮传动误差的存在会影响齿轮传动的平稳性,增大齿轮在运行过程中的振动与噪音。从动轮的实际转角可能与理论转角不相等,实际转角与理论转角之差即为传动误差。斜齿轮传动误差的表达式为

$$TE = r_1\theta_1 - r_2\theta_2 + y_1 + y_2 \quad (10)$$

2.3 啮合刚度与啮合阻尼的计算

齿轮啮合刚度有很多算法^[11-13],计算流程与参数使用较复杂,本文引用机械振动手册中的斜齿轮平均啮合刚度与重合度的关系和齿轮平均啮合刚度与直齿轮的关系计算出斜齿轮的平均啮合刚度^[14]。齿轮啮合阻尼包括齿轮材料阻尼和齿面的润滑阻尼,在齿轮动力学研究中的齿轮啮合阻尼主要是齿轮的材料阻尼。齿轮啮合阻尼^[15]的表达式为

$$C_m = 2\xi \sqrt{\frac{k_m r_a^2 r_p^2 I_a I_p}{I_a r_a^2 + I_p r_p^2}} \quad (11)$$

式中, ξ 为齿轮啮合阻尼比系数,文献^[16, 17]通过计算和试验分析得出 ξ 的取值为 $0.03 \sim 0.17$,本文取值为 0.08 ; I_a, I_p 分别为大小齿轮的转动惯量; k_m 为齿轮的平均啮合刚度; r_a, r_p 分别为大小齿轮的分度圆半径。

3 斜齿轮副动力学模型

在斜齿圆柱齿轮传动中,齿轮在啮合中除扭转振动和横向振动外,还会产生轴向的动态啮合力。因此,对于斜齿轮系统需建立啮合型弯-扭-轴耦合振动的三维空间振动模型。其分析模型为

$$\begin{cases} m_a \ddot{y}_a + c_{ay} \dot{y}_a + k_{ay} y_a = -F_y \\ m_a \ddot{z}_a + c_{az} \dot{z}_a + k_{az} z_a = F_z \\ I_a \ddot{\theta}_a = -T_a - F_y R_a \\ m_p \ddot{y}_p + c_{py} \dot{y}_p + k_{py} y_p = F_y \\ m_p \ddot{z}_p + c_{pz} \dot{z}_p + k_{pz} z_p = -F_z \\ I_p \ddot{\theta}_p = -T_p - F_y R_p \end{cases} \quad (12)$$

式中, $\dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i (i = a, p)$ 分别为主、从动齿轮的扭转振动速度和加速度; $I_i (i = a, p)$ 分别为主、从动齿轮绕其轴线的转动惯量; $T_i (i = a, p)$ 分别为主、从动齿轮的外载荷力矩。

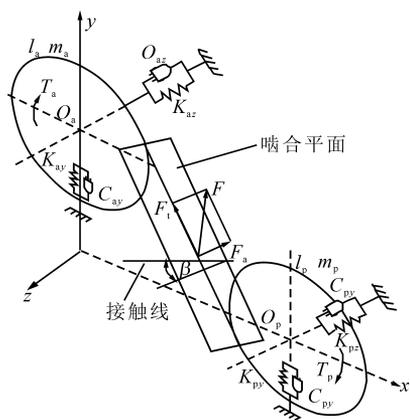


图2 斜齿轮弯-扭-轴耦合振动模型

由图2可知, 齿轮的动态啮合力为

$$F_y = \cos\beta [k_m (y_a + r_a \theta_a - y_p + r_p \theta_p - e_y) + c_m (\dot{y}_a + r_a \dot{\theta}_a - \dot{y}_p + r_p \dot{\theta}_p - \dot{e}_y)] \quad (13)$$

$$F_z = \sin\beta [k_m (z_a - (r_a \theta_a + y_a) \tan\beta - z_p + (y_p - r_p \theta_p) \tan\beta - e_z) + c_m (\dot{z}_a - (\dot{y}_a + r_a \dot{\theta}_a) \tan\beta - \dot{z}_p + (\dot{y}_p - r_p \dot{\theta}_p) \tan\beta - \dot{e}_z)] \quad (14)$$

4 计算仿真结果与分析

斜齿轮的基本参数见表1。利用蒙特卡洛模拟10000次计算出的齿轮制造误差幅值见图3。由图可知, 齿轮的制造误差幅值不是简单的人为设定。代入本文数据, 按照置信区间为95%, 可取齿轮的啮合误差幅值为13.1 μm 。

表1 某啮合齿轮副齿轮基本参数

参数	齿轮1	齿轮2
齿数	21	37
模数(mm)	15	
压力角($^\circ$)	20	
螺旋角($^\circ$)	14	
质量(kg)	205	289
齿轮精度等级	5	
齿间切向综合误差(μm)	12.927	
切向综合误差(μm)	48.927	
η_1	1.901	
η_2	5.294	

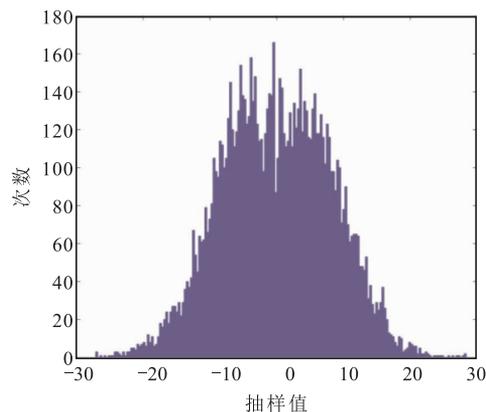


图3 蒙特卡洛模拟10000次制造误差

利用MATLAB软件中集成的ode45模块编写求解程序, 将参数代入建立的6自由度齿轮系统动力学模型求解, 得出齿轮不同载荷与齿轮传动误差、加速度和力的关系, 结果如图4~图6所示。

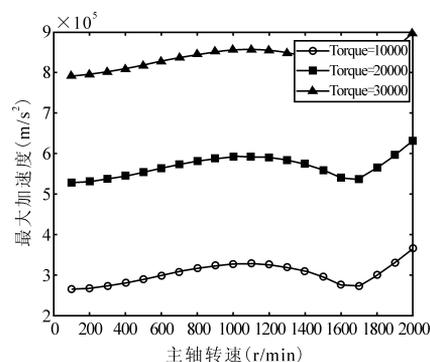


图4 转矩与斜齿轮最大加速度关系

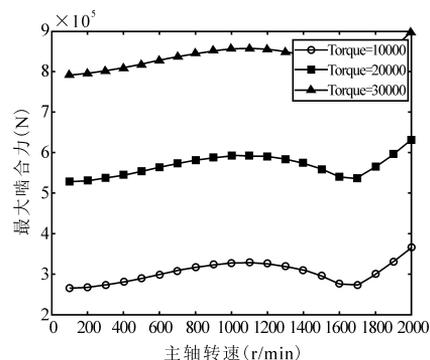


图5 转矩与斜齿轮最大啮合力关系

由齿轮最大传动误差幅值可知, 齿轮制造误差对齿轮传动误差影响较大, 而由安装误差以及受载形变引起的传动误差影响较小。由仿真结果图形可知, 在重载条件下, 齿轮啮合误差幅值随着齿轮载荷的增大而增大, 说明载荷与重载齿轮的动态响应呈正相关, 齿轮最大啮合力与最大啮合加速度随着转速的增加在低速阶段基本保持平稳, 在高速阶段呈现增大趋势。

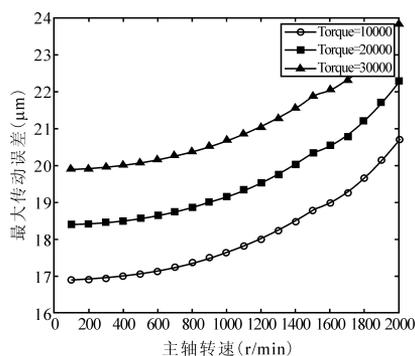


图6 转矩与斜齿轮最大传动误差关系

5 结语

(1) 齿轮的制造误差幅值变化与齿轮的制造精度、模数、齿数有关。

(2) 制造误差对齿轮传动误差的影响较大, 齿轮传动误差研究应当着重关注齿轮制造误差形成的机理以减小齿轮传动误差。

(3) 在低速阶段, 刚度激励是影响齿轮动态特性的主要因素。在高速阶段, 齿轮最大啮合误差明显变大, 误差激励对齿轮的动态响应增大。因此当选用高速重载齿轮时, 应选用高精度齿轮或采用齿轮修形技术处理来减小由误差激励引起的系统动态响应。

参考文献

- [1] 华伟. 低速重载齿轮振动故障诊断研究[D]. 焦作: 河南理工大学, 2007.
- [2] 湖南省机械工程学会. 渐开线圆柱齿轮精度[M]. 长沙: 湖南省机械工程学会出版社, 1984.
- [3] 陈文华, 朱海峰, 樊晓燕. 齿轮系统传动误差的蒙特卡洛模拟分析[J]. 仪器仪表学报, 2004(4): 435-444.
- [4] 林长洪, 朱家诚. 齿轮传递误差计算的分析[J]. 设计与研究, 2011(8): 10-13.
- [5] 林江. 齿轮综合误差计算及对齿轮振动的影响[J]. 机电一体化, 2000(2): 34-36.
- [6] Chen H T, Wu X L, Qin D T, et al. Effects of gear manufacturing error on the dynamic characteristics of planetary gear transmission system of wind turbine[J]. Applied Mechanical and Material, 2011, 86: 518-522.

- [7] 魏静, 孙伟, 褚衍顺, 等. 斜齿轮系统分岔与混沌特性及其参数影响研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2013(10): 1301-1309.
- [8] 李润芳, 王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [9] 王旭东, 林腾蛟, 李润方, 等. 风力发电机组 齿轮系统内部动态激励和响应分析[J]. 机械设计与研究, 2006, 22(3): 47-49.
- [10] 高延新, 张晓琳, 李慧鹏. 齿轮精度与检测技术手册[M]. 北京: 机械工程出版社, 2014.
- [11] 何育民, 郝安帮. 实际重合度对啮合刚度及齿轮动态响应影响研究[J]. 机械传动, 2018, 42(11): 46-51.
- [12] 王玉新, 柳杨, 王仪明. 考虑啮合时变刚度和传递误差的齿轮振动分析[J]. 机械传动, 2002, 26(1): 5-8.
- [13] 石慧荣, 赵冬艳, 李宗刚. 斜齿轮传动的啮合刚度计算及主共振分析[J]. 工程科学与技术, 2019(5): 143-148.
- [14] 屈维德, 唐恒龄. 机械振动手册[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [15] 周曼莉. 斜齿轮的非线性动力学分析及修形研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2019.
- [16] R Kasuba, J W Evans. An extended model for determining dynamic loads in super gearing[J]. Journal of Mechanical Design, 1981, 103(2): 398-409.
- [17] K L Wang, H S Cheng. A numerical solution to the dynamic load, film thickness and surface temperature in super gears[J]. ASME Mech. Des, 1981, 103(1): 177-187.

第一作者: 刘瑞毅, 硕士研究生, 河南理工大学机械与动力工程学院, 454000 河南省焦作市

First Author: Liu Ruitao, Postgraduate, School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China

通信作者: 张登攀, 博士, 副教授, 河南理工大学机械与动力工程学院, 454000 河南省焦作市

Corresponding Author: Zhang Dengpan, Ph. D., Associate Professor, School of Mechanical and Power Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454000, China