

# 修正剪切 GTN 模型的缺口张角数值模拟

李鹏伟<sup>1</sup>, 于正洋<sup>2</sup>

<sup>1</sup>西安航空职业技术学院, ; <sup>2</sup>西安科技大学

**摘要:** 人为预制含特定几何参数的对称环状 V 型缺口是新型金属棒料低应力旋弯致裂精密下料的关键工艺之一,合理的缺口效应不仅降低下料所需外载荷,还能有效节约下料时间。为获取合理缺口,使用细观损伤理论和数值模拟相结合的方法,以金属棒料作为研究对象,通过修正剪切 GTN 模型,对缺口张角为 30°、60°和 90°对称时进行分析;结合 ABAQUS/Explicit 有限元分析软件中 VUMAT 子程序建立修正剪切 GTN 模型,对修正剪切 GTN 模型参数进行识别,并分析了不同缺口张角损伤分布规律。结果表明,与应力集中系数和应变率集中系数相似,随着缺口张角的不断增加,缺口根部的损伤不断降低。本文提出的修正剪切 GTN 模型可用于新型金属棒料低应力旋弯致裂精密下料缺口的选取。

**关键词:** V 型缺口;修正剪切 GTN 模型;缺口张角;参数识别

**中图分类号:** TG356.3;TH164

**文献标志码:** A

**DOI:**10.3969/j.issn.1000-7008.2021.07.018

## Numerical Simulation of Notched Angle of Modified Shear GTN Model

Li Pengwei, Yu Zhengyang

**Abstract:** Artificially prefabricated symmetrical annular V notch with specific geometric parameters is one of the key processes of new metal bar material with low stress rotary bending crack precision cutting. The reasonable notch effect not only reduces the external load required for cutting, but also effectively saves the cutting time. To obtain a reasonable notch, a combination of mesoscopic damage theory and numerical simulation is used to analyze the notch angle of symmetry 30°, symmetry 60° and symmetry 120° by modifying the shear GTN model, and the modified shear GTN model is realized by VUMAT subroutine in finite element analysis software. The results show that the stress concentration coefficient and strain rate concentration coefficient are similar, and the damage of notch root decreases with the increase of notch angle. A modified shear GTN model can be used to select the notch of new metal bar material with low stress bending crack.

**Keywords:** V notch; modified shear GTN model; notch angle; parameter identification

## 1 引言

孔洞形核、生长和聚结被认为是金属韧性断裂的重要特征。早期 McClintock F. A.<sup>[1]</sup>分析了远场拉应力和轴向拉应力作用下圆柱形和椭圆孔的生长过程,导出了应变硬化塑料材料中椭圆孔的生长表达式。Rice 和 Tracey 通过 Rayleigh-Ritz 法和变分原理对理想刚塑性基体材料中球形微孔洞生长问题,推导出孔洞扩张率随静水压力和等效应力函数。Gurson A. L.<sup>[2]</sup>提出了有限大基体中含微孔洞的胞模型,将孔洞体积分数引入到能够反映损伤程度的屈服准则中,以描述孔洞损伤对材料塑性行为的影响。Tvergaard V. 等<sup>[3-5]</sup>考虑材料的加工硬化情况,引入修正参数以及孔洞体积分数对 Gurson 模型进行修正,使模型预测更加精准。修正后的 Gurson 损伤模型即为 Gurson-Tvergaard-Needleman 模型,简

称 GTN 模型。

在 GTN 模型中,孔洞体积分数的增加实现了金属材料的塑性损伤累积,将孔洞体积分数作为损伤状态变量来判定金属材料的损伤和断裂。当材料的孔洞体积分数达到临界值,在外载荷和环境等变量的作用下,材料内部的孔洞会生长、长大和聚合,形成微缺陷(如微裂纹),进而发展为宏观裂纹并使得材料断裂。虽然 GTN 损伤模型在预测韧性金属材料损伤和断裂中使用广泛,但对于低、负应力三轴度应力状态,此模型具有一定的限制性。以剪切载荷为主的低应力三轴度和以压缩载荷为主的负应力三轴度,其金属材料内部孔洞体积分数没有显著提升,但材料仍然会发生断裂。

自引入 GTN 损伤模型以来,利用该模型对不同材料的失效和断裂进行了许多研究<sup>[6-9]</sup>。但 GTN 模型不能准确预测材料在低应力和负应力三轴度下的应力状态损伤和断裂行为,模型有很大的局限性。由于 GTN 模型的缺陷,使得修正 GTN 模型被研究者所关注,其中 Xue L.<sup>[10]</sup>和 Nahshon K. 等<sup>[11]</sup>的工

基金项目:西安航空职业技术学院院级课题项目(19XHJK-001, 19XHJK-007)

收稿日期:2021年3月

作受到了极大关注。GTN 修改模型在低应力三轴度条件下预测延性损伤有很大改善,但在高应力三轴度条件下会出现过度和虚假损伤显示。为解决该缺点,Nielsen K. L. 等<sup>[12]</sup>对剪切损伤演化律进行修正,以减少高应力三轴度下的剪切损伤。

本文利用 Nielsen K. L. 等提出的修正 GTN 模型,研究了 304 不锈钢棒材的延性断裂现象。为了寻找合理的缺口,采用修正 GTN 模型研究不同类型的缺口效应,并对不同试样形状的拉伸进行数值模拟研究。

## 2 多孔材料的本构模型

### 2.1 GTN 模型

由 Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) 提出的屈服面主要有以下形式

$$\Phi = \frac{q^2}{\sigma_m^2} + 2q_1 f \times \cosh\left(\frac{3q_2 \sigma_H}{2\sigma_m}\right) - (1 + q_3 f^{*2}) = 0 \quad (1)$$

式中,  $q_1, q_2, q_3$  为孔洞间相互作用的三个损伤参数, 一般  $q_1 = q_3^2$ ;  $q$  为 Mises 等效应力,  $q = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}$ ,  $S_{ij}$  为偏应力分量,  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk}$ ;  $\sigma_H$  为宏观静水应力;  $f^*$  为有效孔洞体积分数;  $\sigma_m$  为等效应力。

有效孔洞体积分数  $f^*$  为孔洞体积分数  $f$  的函数, 其表达式为

$$f^* = \begin{cases} f & f \leq f_c \\ f_c + k(f - f_c) & f > f_c \end{cases} \quad (2)$$

$$k = \frac{f_u^* - f_c}{f_t - f_c} \quad (3)$$

式中,  $f_c$  为临界孔洞体积分数;  $f_t$  为断裂时孔洞体积分数;  $f_u^*$  为屈服方程中应力为 0 时的  $f^*$ ,  $f_u^* = 1/q_1$ 。

在多孔金属材料中, 基体材料的等效塑性应变和孔洞体积分数能够通过等效塑性功原理把宏观和细观进行联系, 因此基体等效应变可表示为

$$(1 - f) \sigma_m d\bar{\varepsilon}_m^p = \sigma : d\varepsilon^p \quad (4)$$

损伤增量能够表现为孔洞体积分数变化, 有

$$df = df_g + df_n \quad (5)$$

因为基体为刚塑性, 则孔洞生长  $df_g$  与塑性应变有关, 其表达式为

$$df_g = (1 - f) d\varepsilon^p \quad (6)$$

由于新孔洞的形核的损伤变化量由等效塑性应变增量控制, 则表达式为

$$df_n = Ad \bar{\varepsilon}_m^p \quad (7)$$

其中

$$A = \frac{f_n}{s_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\bar{\varepsilon}_m^p - \varepsilon_n}{2s_n}\right) \quad (8)$$

式中,  $f_n$  为能够发生孔洞形核第二相粒子的体积分数;  $\varepsilon_n$  为孔洞形核平均等效塑性应变;  $s_n$  为孔洞形核等效塑性应变标准差。

### 2.2 修正剪切 GTN 模型

GTN 模型在低、负应力三轴度下仍无法准确预测损伤和断裂, 因此 Nahshon K. 等<sup>[11]</sup>提出的剪切 GTN 损伤模型考虑到剪切对于孔洞损伤的演化, 材料内孔洞体积分数增量可表示为

$$df = df_g + df_n + df_s \quad (9)$$

$$df_s = k_s f w(\sigma_{ij}) \frac{s_{ij} d\varepsilon_{ij}^p}{q} \quad (10)$$

式中,  $k_s$  为剪切损伤参数 (纯剪切状态下损伤增长率的大小);  $w(\sigma_{ij})$  为应力状态参数。

$w(\sigma_{ij})$  表达式为

$$w(\sigma_{ij}) = 1 - \left(\frac{27J_3}{2\sigma_m^3}\right)^2 \quad (11)$$

对于任意三轴应力空间, 应力偏张量的第三不变量  $J_3$  与应力关系为

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \quad (12)$$

$w(\sigma_{ij})$  的取值为  $[0, 1]$ , 当  $w(\sigma_{ij}) = 0$  时, 材料处于压缩或拉伸应力状态; 当  $w(\sigma_{ij}) = 1$  时, 材料处于纯剪切应力状态。

虽然 Nahshon K. 等<sup>[11]</sup>提出的剪切 GTN 模型在预测低三轴条件下的延性损伤方面有很大改善, 但在高应力三轴条件下存在过度和虚假显示损伤。Nielsen K. L. 等<sup>[12]</sup>引入了应力三轴都来提高模型的精度, 公式为

$$w(\sigma_{ij}) = \left[1 - \left(\frac{27J_3}{2\sigma_m^3}\right)^2\right] \Omega(\eta) \quad (13)$$

$$\Omega(\eta) = \begin{cases} 1 & \eta < \eta_1 \\ \frac{\eta - \eta_2}{\eta_1 - \eta_2} & \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2 \\ 0 & \eta > \eta_2 \end{cases} \quad (14)$$

式中,  $\eta$  为应力三轴度。

修正剪切 GTN 模型不仅可以预测低应力三轴下的延性损伤, 同时也能够对于高应力三轴下延性损伤进行分析。

## 3 修正剪切 GTN 模型参数识别

修正剪切 GTN 模型在 ABAQUS/Explicit 软件中需要实现 14 个材料参数识别。材料参数包括: ①

硬化参数  $\sigma_y, K, n$ ; ②屈服面的宏观系数  $q_1, q_2, q_3$ ; ③初始空洞体积  $f_0$ , 临界孔洞体积分数  $f_c$  和断裂时孔洞体积分数  $f_f$ ; ④孔洞成核参数  $f_n, \varepsilon_n, s_n$ ; ⑤剪切损伤参数  $k_s, \eta_1, \eta_2$ 。

上述修正剪切 GTN 模型参数使用文献见表 1。

表 1 修正剪切 GTN 模型参数值

$q_1$	$q_2$	$q_3$	$f_0$	$f_c$	$f_f$
1.5	1	2.25	0.01	0.05	0.1
$k_s$	$\varepsilon_n$	$s_n$	$f_n$	$\eta_1$	$\eta_2$
0.86	0.3	0.1	0.04	0.34	0.7

使用 Ludwick 方程进行硬化模型拟合, 参数分别为:  $\sigma_y = 580\text{MPa}, K = 560\text{MPa}, n = 0.51$ 。

### 4 缺口有限元模型

对于  $\varphi = 10\text{mm}$  的 304 不锈钢金属棒料而言, 其环形“V”型槽几何参数可确定为:  $R = 0.2\text{mm}, h = 1\text{mm}, \theta$  分别取  $30^\circ, 60^\circ, 120^\circ$  进行单轴拉伸试验。以 V 缺口张角  $90^\circ$  为例, 具体加工尺寸见图 1。

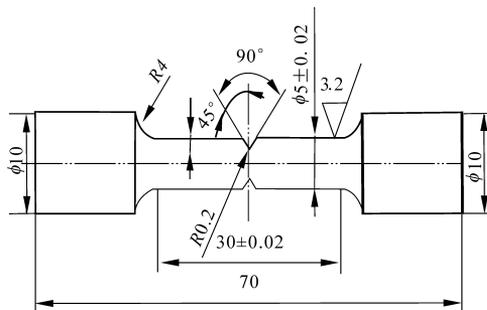
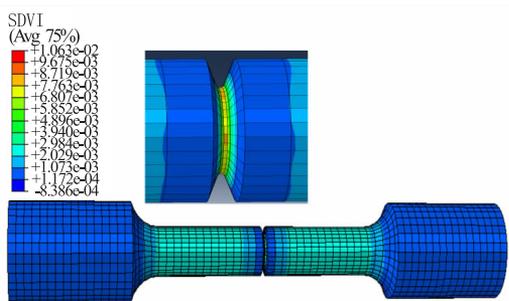
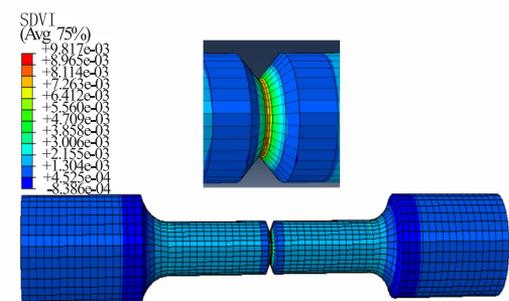


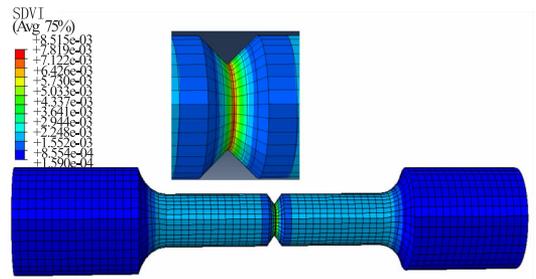
图 1 拉伸试验所用试样加工尺寸(缺口张角为  $90^\circ$ )



(a) 对称  $30^\circ$



(b) 对称  $60^\circ$



(c) 对称  $90^\circ$

图 2 不同缺口损伤分布

在使用 ABAQUS 软件对不同缺口张角棒料进行模拟分析时, 首先应对不同缺口张角试样三维模型进行网格划分, 设置相同的网格参数, 确保分析结果的可靠性。当边界条件以及加载情况与拉伸实验相一致时, 不同缺口张角的损伤如图 2 所示, 其最大损伤出现在缺口根部。模型中弹性模量为  $192000\text{MPa}$ , 泊松比为 0.3。

细观损伤力学能够从材料的细观结构出发, 研究孔洞的生长、长大和聚合, 通过对细观结构的变化来研究材料的宏观力学行为。与应力集中系数理论和应变率集中系数理论相似<sup>[13]</sup>, 随着缺口张角的增大, 缺口根部的损伤在降低。

### 5 结语

本文对剪切 GTN 模型进行修正, 使得剪切 GTN 模型能够在高应力三轴度下进行应用。把适用于高应力三轴度下的修正剪切 GTN 模型通过用户子程序 VUMAT 嵌入到 ABAQUS 软件中来模拟拉伸, 仿真结果与应力集中系数和应变率集中系数理论结果相似, 随着缺口张角的增大, 缺口根部的损伤在降低。

### 参考文献

- [1] McClintock F A. A criterion for ductile fracture by the growth of holes[J]. Journal of Applied Mechanics, 1968, 35(2): 363 - 371.
- [2] Gurson A L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I-yield criteria and flow rules for porous ductile media[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1977, 99(1): 2 - 15.
- [3] Tvergaard V. Influence of voids on Shear band instabilities under plane-strain conditions [J]. International Journal of Fracture, 1981, 17(4): 389 - 407.
- [4] Tvergaard V, Needleman A. Flow localization in the plane strain tensile test[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Soils, 1981, 29(2): 115 - 142.

# 基于 MATLAB 解决成形砂轮出刀干涉问题

李腾, 闫鹏辉, 余功炎, 姬汶辰

陕西法士特齿轮有限责任公司

**摘要:** 成形砂轮的出刀行程会影响磨齿加工效率和质量。本文基于 MATLAB 软件对成形砂轮磨齿加工的接触线进行了仿真研究,通过对齿轮啮合原理的分析,得出了安装角与出刀行程之间的变化规律,并提出一种优化砂轮安装角以减小出刀行程的方法。该方法在减小砂轮出刀行程、提高加工效率和避免加工干涉等方面取得了良好效果,并在实际生产中进行了验证和推广应用。

**关键词:** 成形磨齿;接触线;MATLAB;出刀行程

中图分类号: TG74 + 3;TH162

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1000-7008.2021.07.019

## Solving the Problem of Interference of Forming Grinding Wheel Based on MATLAB

Li Teng, Yan Penghui, Yu Gongyan, Ji Wenchen

**Abstract:** The stroke of formed grinding wheels will affect the efficiency and quality of gear grinding. Based on MATLAB, the contact line of gear grinding with forming grinding wheel is studied. Through the analysis of gear engagement principle, the rule between the installation angle and the stroke of formed grinding is obtained. The method of optimizing the installation angle of the grinding wheel to reduce the tool stroke is proposed. This method has been applied in production, and has achieved results in reducing the stroke of the grinding wheel, improving processing efficiency, and avoiding processing interference.

**Keywords:** form grinding; contact line; MATLAB; gear grinding stroke

## 1 引言

数控成型磨齿机在加工斜齿轮时,砂轮和齿轮之间的接触为一条空间曲线,随着机床数控轴的联动,该空间接触曲线沿齿宽方向包络形成完整齿面。研究发现,调整同一被加工齿轮的砂轮安装角,可以

控制和调整接触线沿齿轮轴向的高度和形状,其中接触线的高度直接影响砂轮磨削时沿齿向出刀行程长短,减小出刀行程可以缩短零件的加工时间,提高加工效率。

对于砂轮出刀空间有限的零件,如双联齿轮、滚齿未完全出刀和齿端靠近夹具支撑面等特殊情况下,通过减小出刀行程可有效解决干涉问题。减小出刀行程也可以实现更大直径砂轮磨削,提高砂轮寿命,

收稿日期: 2021 年 1 月

- [5] Tvergaard V, Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar [J]. *Acta Metallurgica*, 1984, 32 (1): 157 - 169.
- [6] 徐戊矫, 谢丹, 李芳, 等. 基于细观损伤力学的铅套成形破裂预测 [J]. *中国有色金属学报*, 2020, 30 (8): 1866 - 1875.
- [7] 郭建超, 张立研, 曹艳艳, 等. 基于 GTN 损伤模型的双相钢激光拼焊板冲压成形失效行为研究 [J]. *热加工工艺*, 2020, 49 (17): 86 - 89.
- [8] 韩蒙, 李迪, 孙彩凤, 等. 基于修正 GTN 模型的双相钢断裂失效判据研究 [J]. *塑性工程学报*, 2020, 27 (1): 117 - 122.
- [9] 孙权, 鹿业波, 陈建钧. 基于响应面法剪切修正 GTN 模型损伤参数的确定 [J]. *机械强度*, 2019, 41 (6): 1460 - 1465.
- [10] Xue L. Constitutive modeling of void shearing effect in duc-

tile fracture of porous materials [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75 (11): 3343 - 3366.

[11] Nahshon K, Hutchinson J. Modification of the Gurson model for shear failure [J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2008, 27 (1): 1 - 17.

[12] Nielsen K L, Tvergaard V. Effect of a shear modified Gurson model on damage development in a FSW tensile specimen [J]. *International Journal of Solid and Structures*, 2009, 46 (3): 587 - 601.

[13] 张立军, 张德培, 周树恩, 等. 低应力下料中棒料 V 型槽应力集中系数的计算 [J]. *塑性工程学报*, 2018, 25 (3): 254 - 260.

第一作者: 李鹏伟, 硕士, 助教, 西安航空职业技术学院, 710054 西安市

First Author: Li Pengwei, Master, Assistant, Xi'an Aviation Vocational and Technical College, Xi'an 710054, China