

基于 MATLAB 解决成形砂轮出刀干涉问题

李腾, 闫鹏辉, 余功炎, 姬汶辰

陕西法士特齿轮有限责任公司

摘要: 成形砂轮的出刀行程会影响磨齿加工效率和质量。本文基于 MATLAB 软件对成形砂轮磨齿加工的接触线进行了仿真研究,通过对齿轮啮合原理的分析,得出了安装角与出刀行程之间的变化规律,并提出一种优化砂轮安装角以减小出刀行程的方法。该方法在减小砂轮出刀行程、提高加工效率和避免加工干涉等方面取得了良好效果,并在实际生产中进行了验证和推广应用。

关键词: 成形磨齿;接触线;MATLAB;出刀行程

中图分类号: TG74+3;TH162

文献标志码: A

DOI:10.3969/j.issn.1000-7008.2021.07.019

Solving the Problem of Interference of Forming Grinding Wheel Based on MATLAB

Li Teng, Yan Penghui, Yu Gongyan, Ji Wenchen

Abstract: The stroke of formed grinding wheels will affect the efficiency and quality of gear grinding. Based on MATLAB, the contact line of gear grinding with forming grinding wheel is studied. Through the analysis of gear engagement principle, the rule between the installation angle and the stroke of formed grinding is obtained. The method of optimizing the installation angle of the grinding wheel to reduce the tool stroke is proposed. This method has been applied in production, and has achieved results in reducing the stroke of the grinding wheel, improving processing efficiency, and avoiding processing interference.

Keywords: form grinding; contact line; MATLAB; gear grinding stroke

1 引言

数控成型磨齿机在加工斜齿轮时,砂轮和齿轮之间的接触为一条空间曲线,随着机床数控轴的联动,该空间接触曲线沿齿宽方向包络形成完整齿面。研究发现,调整同一被加工齿轮的砂轮安装角,可以

控制和调整接触线沿齿轮轴向的高度和形状,其中接触线的高度直接影响砂轮磨削时沿齿向出刀行程长短,减小出刀行程可以缩短零件的加工时间,提高加工效率。

对于砂轮出刀空间有限的零件,如双联齿轮、滚齿未完全出刀和齿端靠近夹具支撑面等特殊情况下,通过减小出刀行程可有效解决干涉问题。减小出刀行程也可以实现更大直径砂轮磨削,提高砂轮寿命,

收稿日期: 2021年1月

- [5] Tvergaard V, Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar[J]. Acta Metallurgica, 1984, 32(1): 157-169.
- [6] 徐戊矫, 谢丹, 李芳, 等. 基于细观损伤力学的铅套成形破裂预测[J]. 中国有色金属学报, 2020, 30(8): 1866-1875.
- [7] 郭建超, 张立研, 曹艳艳, 等. 基于 GTN 损伤模型的双相钢激光拼焊板冲压成形失效行为研究[J]. 热加工工艺, 2020, 49(17): 86-89.
- [8] 韩蒙, 李迪, 孙彩凤, 等. 基于修正 GTN 模型的双相钢断裂失效判据研究[J]. 塑性工程学报, 2020, 27(1): 117-122.
- [9] 孙权, 鹿业波, 陈建钧. 基于响应面法剪切修正 GTN 模型损伤参数的确定[J]. 机械强度, 2019, 41(6): 1460-1465.
- [10] Xue L. Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(11): 3343-3366.
- [11] Nahshon K, Hutchinson J. Modification of the Gurson model for shear failure[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2008, 27(1): 1-17.
- [12] Nielsen K L, Tvergaard V. Effect of a shear modified Gurson model on damage development in a FSW tensile specimen[J]. International Journal of Solid and Structures, 2009, 46(3): 587-601.
- [13] 张立军, 张德培, 周树恩, 等. 低应力下料中棒料 V 型槽应力集中系数的计算[J]. 塑性工程学报, 2018, 25(3): 254-260.

第一作者: 李鹏伟, 硕士, 助教, 西安航空职业技术学院, 710054 西安市

First Author: Li Pengwei, Master, Assistant, Xi'an Aviation Vocational and Technical College, Xi'an 710054, China

减少刀具更换次数。

本文基于齿轮啮合原理,对成型砂轮磨齿时砂轮与工件的接触条件进行推导求解,借助 MATLAB 软件进行仿真研究,提出调整砂轮安装角优化接触线来减小出刀行程的方法,并对该方法进行实际应用验证。

2 砂轮与工件接触线求解

2.1 齿轮螺旋面方程推导

成型磨齿加工时,砂轮沿自身轴线回转的同时沿工件轴进行轴向进给运动。假设齿轮的螺旋面已由砂轮加工完成,则在砂轮和齿轮相对运动的任意时刻,两表面总有一条相切的接触线,将该接触线绕齿轮轴线做螺旋运动便形成螺旋齿面^[1]。

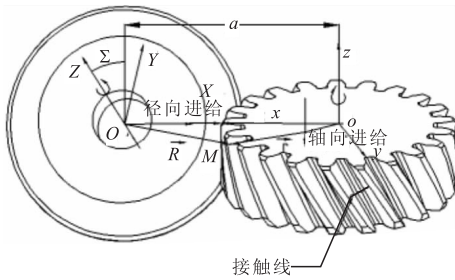


图1 成型磨削坐标系

如图1所示,坐标系 $o-xyz$ 与零件固连,坐标系 $O-XYZ$ 与砂轮固连。砂轮轴线和齿轮轴线间的夹角和刀具安装角均为 Σ ,轴线间的中心距为 a ^[2]。

直线在定圆上做纯滚动,直线上任一点的运动轨迹即为渐开线。如图2所示,A点为基圆上展开角为 U 的对应点,M点为其曲率半径端点。由几何关系可推出齿槽左侧渐开线方程为

$$\begin{cases} x_0(u) = r_b \cos(u + \delta_0) + r_b u \sin(u + \delta_0) \\ y_0(u) = -r_b \sin(u + \delta_0) + r_b u \cos(u + \delta_0) \end{cases} \quad (1)$$

M' 为 M 旋转 θ 角后所得点,其基圆上对应点为 B 。将渐开线绕 Z 轴沿螺旋角旋转后形成齿槽左侧螺旋面方程为

$$\begin{cases} x = r_b \cos(u + \delta_0 - \theta) + r_b u \sin(u + \delta_0 - \theta) \\ y = -r_b \sin(u + \delta_0 - \theta) + r_b u \cos(u + \delta_0 - \theta) \\ z = p\theta \end{cases} \quad (2)$$

$$p = \frac{p_z}{2\pi}$$

式中, u 为展开角; r_b 为基圆半径; δ_0 为齿槽半角; θ 为螺旋角; p_z 为导程。

假设齿根圆弧为单圆弧且与渐开线相切(见图3), C 点为圆弧圆心, B 点为圆弧与渐开线接触点, A 点为 X 轴与圆弧的交点。由几何关系可推出齿根

单圆弧方程为

$$\begin{cases} x(u) = x_c + r_f - r \cos u \\ y(u) = y_c + r \sin u \end{cases} \quad (3)$$

同理,可以推导出单圆弧段螺旋面方程为

$$\begin{cases} x = (x_c + r_f - r \cos u) \cos \theta - (y_c + r \sin u) \sin \theta \\ y = (x_c + r_f - r \cos u) \sin \theta + (y_c + r \sin u) \cos \theta \\ z = p\theta \end{cases} \quad (4)$$

式中, u 为展开角; r_b 为齿根圆半径。

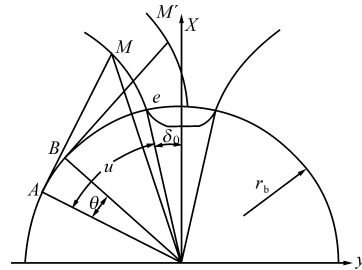


图2 渐开线坐标系

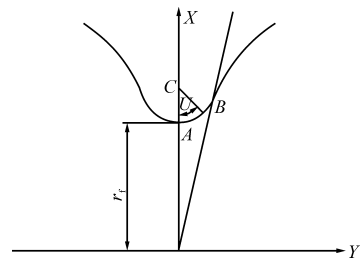


图3 齿根圆弧坐标系

2.2 接触条件推导

设任意曲面的方程为

$$r = r(u, \theta) = x(u, \theta)i + y(u, \theta)j + z(u, \theta)k \quad (5)$$

则在曲面上任意一点 $M(x, y, z)$ 处的法线矢量为

$$\mathbf{n} = \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial \theta} = n_x i + n_y j + n_z k \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial u} = \frac{\partial x}{\partial u} i + \frac{\partial y}{\partial u} j + \frac{\partial z}{\partial u} k \\ \frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{\partial x}{\partial \theta} i + \frac{\partial y}{\partial \theta} j + \frac{\partial z}{\partial \theta} k \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} n_x = \begin{vmatrix} \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta} & \frac{\partial z}{\partial \theta} \end{vmatrix} \\ n_y = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial u} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta} & \frac{\partial x}{\partial \theta} \end{vmatrix} \\ n_z = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial \theta} & \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} \end{cases} \quad (8)$$

通过坐标系的旋转与移动,刀具坐标系与工件坐标系可以相互转换,且存在如下几何关系

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\Sigma & -\sin\Sigma \\ 0 & -\sin\Sigma & \cos\Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中, a 为中心距; Σ 为刀具安装角。

设点 M 为螺旋面任意一点在工件坐标系中的坐标为 (x, y, z) , 在刀具坐标系中为 (X, Y, Z) 。 M 点相对于量坐标原点的径矢为

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= oM = xi + yj + zk \\ \mathbf{R} &= o'M = Xi' + Yj' + Zk' \end{aligned}$$

设刀具回转角速度为 ω' , 工件回转角速度为 ω , 则 M 点随工件运动的线速度为

$$\dot{\mathbf{v}}^1 = \omega(\vec{k} \times \vec{r} + p\vec{k})$$

M 点随刀具运动的线速度为

$$\dot{\mathbf{v}}^2 = \omega'(\vec{k}' \times \vec{R})$$

相对速度为

$$\dot{\mathbf{v}}^{12} = \omega(\vec{k} \times \vec{r} + p\vec{k}) - \omega'(\vec{k}' \times \vec{R})$$

在接触点处公法线应与相对速度垂直, 由此可得接触线条件为

$$\dot{\mathbf{v}}^{12} \cdot \vec{n} = 0$$

即

$$\omega(\vec{k} \times \vec{r} + p\vec{k}) \cdot \vec{n} - \omega'(\vec{k}' \times \vec{R}) \cdot \vec{n} = 0$$

由于螺旋面上任意一点的点速度就在该点的螺旋线切线方向, 因此上式的第一项为 0。接触条件可以简化为

$$\begin{aligned} &(\vec{k}' \times \vec{R}) \cdot \vec{n} = 0 \\ &\left. \begin{aligned} r &= xi + yj + zk \\ R &= -ai + r = (x - a)i + yj + zk \\ k' &= -\sin\Sigma j + \cos\Sigma k \\ n &= n_x i + n_y j + n_z k \end{aligned} \right\} \\ &\Rightarrow -n_x(y\cos\Sigma + z\sin\Sigma) + n_y(x - a)\cos\Sigma + \\ &\quad n_z(x - a)\sin\Sigma = 0 \end{aligned}$$

化简可得

$$zn_x + an_y \cot\Sigma + (a - x + p\cot\Sigma)n_z = 0$$

结合螺旋面方程可推导出圆柱斜齿轮的接触条件^[3], 齿槽左侧接触条件为

$$\theta + \frac{r_b^2 u}{p^2} + \frac{(pacot\Sigma + r_b^2) \cot(u + \delta_0 - \theta)}{p^2} - \frac{r_b(p\cot\Sigma + a)}{p^2 \sin(u + \delta_0 - \theta)} = 0$$

齿槽右侧接触条件为

$$\theta - \frac{r_b^2 u}{p^2} - \frac{(pacot\Sigma + r_b^2) \cot(u + \delta_0 + \theta)}{p^2} + \frac{r_b(p\cot\Sigma + a)}{p^2 \sin(u + \delta_0 + \theta)} = 0$$

齿根单圆弧接触条件为

$$p^2 \theta \cos(u - \theta) - ap \sin(u - \theta) \cot\Sigma + [a - (x_c + r_f) \cos\theta +$$

$$y_c \sin\theta + r \cos(u - \theta) + p \cot\Sigma][(x_c + r_f) \sin u + y_c \cos u] = 0$$

3 MATLAB 建模仿真与加工验证

如图 4 所示, 以某个典型双联齿轮为例, 第 I 齿圈采用成型磨齿机加工, 齿部参数见表 1, 选用砂轮直径不能超过 70mm, 否则砂轮与齿 II 会形成干涉, 无法加工, 砂轮使用寿命仅 18 件。

表 1 工件参数

齿数	法向模数	分度圆压力角	变位系数	螺旋角
18	4.305	26°	0.125	14.111°
齿全高	齿顶高	SAP 直径	中心距	分度圆半径
10.105	5.047	76.038	76	39.95

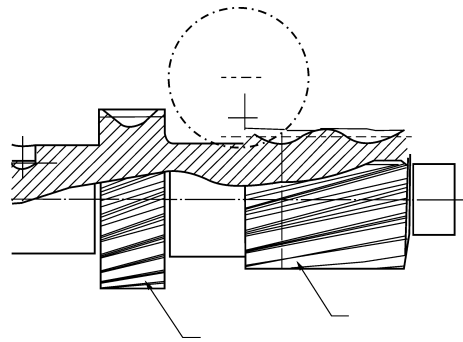


图 4 加工干涉

确定砂轮安装角和中心距以后, 接触线的形状也随之确定。如图 5 所示, 接触线由齿槽左侧接触线、齿根圆弧接触线和齿槽右侧接触线三部分组成。当中心距不变、改变安装角时, 出刀行程会出现两种情况: 一种如图 5 所示, 齿槽两侧 SAP 点高度差大于齿槽两侧齿顶高度差, 此时齿槽两侧 SAP 点高度差为出刀行程; 另一种如图 6 所示, 齿槽两侧 SAP 点高度差小于齿槽两侧齿顶高度差, 此时齿槽两侧齿顶高度差为出刀行程。

在瑞士 REISHAUER 公司 RZ260 磨齿机床上输入不同的安装角, 提取砂轮出刀行程值与本模型的仿真值进行对比。如图 7 所示, 横坐标为安装角, 纵坐标为出刀行程。可知, 仿真结果和实际值趋势一致, 数据基本吻合, 从而验证了仿真结果的真实性和有效性。

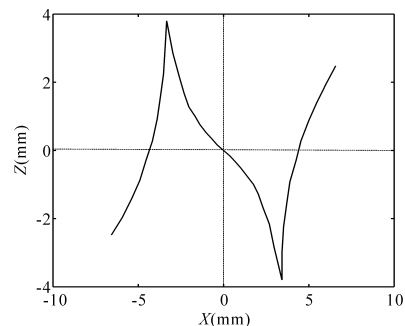


图 5 SAP 点高度差大于齿顶高度差

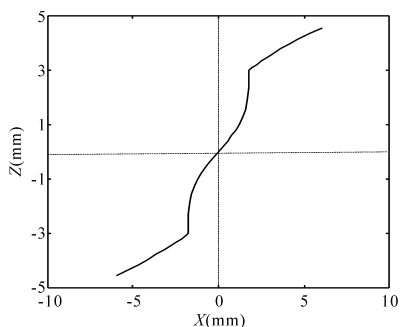


图6 SAP点高度差小于齿顶高度差

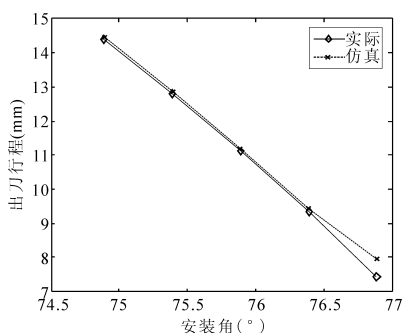


图7 仿真与实际对比

图8是针对表1中零件不同安装角时齿槽两侧齿面SAP点和齿顶处的高度差。由图8可以看出:

①当安装角 $< 73.69^\circ$ 时,齿槽两侧齿面SAP点处高度差大于齿顶处的高度差。此时齿槽两侧SAP点处的高度差为砂轮的出刀行程,在此范围内随着砂轮安装角增大,出刀行程逐渐减小。

②当 $73.69^\circ \leq \text{安装角} \leq 79.19^\circ$ 时,齿槽两侧齿面SAP点处高度差小于齿顶处的高度差。此时齿槽两侧齿顶处高度为砂轮的出刀行程,在此范围内随着砂轮安装角增大,出刀行程逐渐增大。

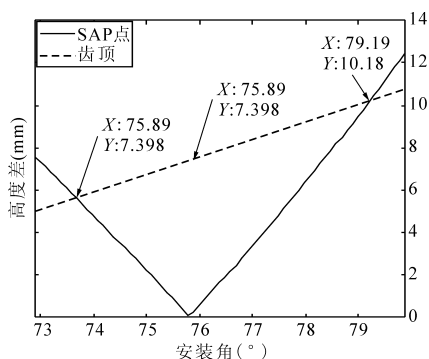


图8 不同安装角时齿槽两侧齿面SAP点与齿顶处的高度差

③当安装角 $> 79.19^\circ$ 时,齿槽两侧齿面SAP点处高度差大于齿顶处的高度差。此时齿槽两侧SAP

点处的高度差为砂轮的出刀行程,在此范围内随着砂轮安装角增大,出刀行程逐渐增大。

常规加工程序调试时,一般根据经验将 75.889° (即 $90^\circ - \beta$) 作为砂轮安装角,然后通过数次的试验改变安装角,费时费力。通过本文研究可大幅提高现场的调试效率。

分析数据可知,根据安装角经验值调试的砂轮出刀行程为 7.398mm,求解的最优安装角砂轮出刀行程为 5.606mm,砂轮出刀行程减少 1.792mm,约减小 24%。此外,减小出刀行程后,可以使用更大的 $\phi 74\text{mm}$ 直径砂轮磨削而不产生干涉,砂轮寿命提升到 24 件,相比原 $\phi 70$ 砂轮寿命提升 30% 左右,加工成本大幅降低,同时减少了每班砂轮更换次数,大幅提升了设备有效利用率。通过在某些出刀空间更有限而无法磨齿的工件上应用该项研究成果进行优化后,最终实现了磨齿加工。

4 结语

本文对成形砂轮接触线进行了推导,基于 MATLAB 软件对接触线进行仿真计算,并进行了验证,保证了仿真计算的真实性和有效性。通过改变安装角求解出刀行程最优解得出以下结论:

(1)改变成型磨齿机砂轮安装角会对砂轮出刀行程产生影响,现场加工时可以通过调整安装角来避免极端情况下加工干涉问题。

(2)本文建立的接触线优化模型可精确计算最优安装角,便于指导生产现场磨齿机调试。

(3)该项研究可以应用于齿轮结构设计阶段。在设计齿轮时计算磨齿出刀行程最优解,从而避免空间不足无法加工的问题。

参考文献

- [1]蒋云龙. 成形磨削齿向修形误差补偿及其仿真加工[D]. 重庆:重庆大学,2016:9-11.
- [2]丁国龙,张颂,赵大兴,等. 齿轮成形磨削砂轮廓形优化研究[J]. 中国机械工程,2015,26(6):744-745.
- [3]吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 西安:机械工业出版社,2009.

第一作者:李腾,工程师,陕西法士特齿轮有限责任公司,710077 西安市

First Author: Li Teng, Engineer, Shanxi Fast Gear Co., Ltd., Xi'an 710077, China