展成磨齿扭曲计算方法研究及应用

闫鹏辉,李腾,寇植达,余功炎,赵浩浩
陕西法士特齿轮有限责任公司

摘要：齿面扭曲误差是影响齿轮质量的一项重要因素。本文针对展成磨齿加工过程中产生的齿面扭曲问题,通过对扭曲产生原理进行研究,优化了齿面扭曲计算方法,提出了一种齿轮三截面扭曲检测及评价标准,并将计算的扭曲值与磨齿后工件实测的扭曲值对比验证。结果表明,在考虑检测误差及计算误差的情况下,该方法计算的扭曲误差在可接受范围,具备工程应用价值。通过精确计算扭曲值,为齿轮设计人员提供了参数优化手段,同时大幅简化抗扭曲磨齿加工设备的调试流程。

关键词：展成磨齿;接触轨迹;三截面;齿面扭曲
中图分类号：TG86;TH162 **文献标志码**：A **DOI**:10.3969/j.issn.1000-7008.2021.08.014

Research and Application of Calculation Method for Twist of Generated Grinding

Yan Penghui, Li Teng, Kou Zhida, Yu Gongyan, Zhao Haohao

Abstract: Tooth surface twist error is an important factor that affects gear quality. Aiming at the problem of tooth surface twist in the process of generating gear grinding, the calculation method of tooth surface twist is optimized by studying the principle of twist generation, and a three-section twist detection and evaluation standard for gears is proposed, and the calculated twist value verification by comparison with the measured twist value of the workpiece after gear grinding. The results show that considering the detection error and calculation error, the twist error calculated by this method is within the acceptable range, and it has engineering application value. By accurately calculating the twist value, it provides the gear designer with a parameter optimization method, and greatly simplifies the debugging process of the anti-twist grinding gear processing equipment.

Keywords: generating gear grinding; contact trace; three-section; gear tooth surface twist

1 引言

齿向采用鼓形修形的齿轮能改善加载后载荷分布不均匀状态,在重卡变速器齿轮中广泛应用。但采用连续展成法加工齿向带鼓形的斜齿轮时,原理上存在几何误差,使齿面产生扭曲,表现为在沿齿宽或齿高方向检测三个截面的齿形时,齿形压力角倾斜方向不一致。因常规检测(按 GB10095)只在齿宽中部进行,其结果不能反映齿面扭曲情况,所以扭曲误差往往被忽视。而齿面扭曲误差刚好在斜齿轮啮入啮出位置最大,容易引起啮合冲击,降低传动精度,重卡变速器齿轮扭曲值一般在 0.035mm 以上,是引起偏载及同步器结合齿异常磨损的主要原因之一。

随着新能源、AT 等新型传动装置的发展,对齿轮高转速大扭矩的要求进一步提升,齿面扭曲的消除和控制迫在眉睫,国外采埃孚、斯堪尼亚等先进变速器企业已全面应用抗扭曲磨齿技术提升变速器传动性能,抗扭曲磨齿加工技术被国外莱斯豪尔、利勃海尔等磨齿机厂家垄断。国内学者对斜齿轮齿面扭曲的产生和消除理论进行了研究,夏冬[1]建立了复杂齿面连续展成磨削的运动几何学模型,孔二方[2]提出一种蜗杆砂轮磨削齿面扭曲计算及补偿方法,刘鹏祥[3]提出优化齿向修形曲线减小齿面扭曲的方法。但在实际应用过程中,因扭曲计算准确度不高,设备调试需要反复检测和补偿,调试流程复杂、效率低,在工程实际中的大批量推广应用受到限制。本文对齿面扭曲的计算方法进行了优化,计算精度更高,可为设计人员提供齿轮参数优化手段,同时大幅简化抗扭曲磨齿加工设备调试流程。

2 展成磨齿砂轮与工件接触轨迹求解

建立如图 1 所示坐标系,则标准渐开线方程为

$$\begin{cases} x_0(u) = r_b\cos(u) + r_b u\sin(u) \\ y_0(u) = r_b\sin(u) - r_b u\cos(u) \end{cases} \tag{1}$$

式中,r_b 为基圆半径。

渐开线沿齿轮轴线做螺旋上升运动,即可形成

收稿日期：2021 年 3 月

标准渐开线螺旋齿面，方程式为

$$\begin{cases} x = r_b\cos(u+\theta) + r_b u\sin(u+\theta) \\ y = r_b\sin(u+\theta) - r_b u\cos(u+\theta) \\ z = p\theta \qquad \left(p = \dfrac{r_b}{\tan\beta_b}\right) \end{cases} \tag{2}$$

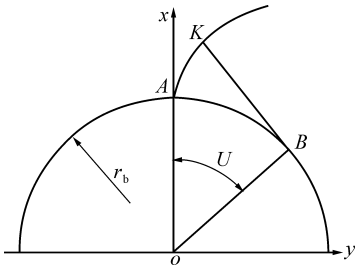


图1 渐开线坐标系

展成磨齿加工时，砂轮和齿轮的空间运动关系为交错轴螺旋齿轮啮合[4]，设砂轮和齿轮啮合瞬时接触点为 $P(r,0,0)$，根据啮合原理，可得啮合方程为

$$\frac{x-r}{n_x} = \frac{y}{n_y} = \frac{z}{n_z} \tag{3}$$

$\boldsymbol{n}$ 为曲面上任意一点处的法线矢量，其公式可表示为

$$\boldsymbol{n} = \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial \theta} = n_x i + n_y j + n_z k$$

$$\begin{cases} n_x = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial z}{\partial u} \\ \dfrac{\partial y}{\partial \theta} & \dfrac{\partial z}{\partial \theta} \end{vmatrix} \\ n_y = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial z}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial u} \\ \dfrac{\partial z}{\partial \theta} & \dfrac{\partial x}{\partial \theta} \end{vmatrix} \\ n_z = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial u} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \theta} & \dfrac{\partial y}{\partial \theta} \end{vmatrix} \end{cases} \tag{4}$$

化简后可得

$$\begin{cases} n_x = r_b up\sin(u+\theta+\varphi) \\ n_y = -r_b up\cos(u+\theta+\varphi) \\ n_z = r_b^2 u \end{cases} \tag{5}$$

将式(2)和式(5)代入式(3)可得

$$\cos(u+\theta+\varphi) = \cos\alpha_t \tag{6}$$

因此啮合方程可以简化为

$$\frac{x-r}{\sin\alpha_t} = \frac{y}{-\cos\alpha_t} = \frac{z}{\tan\beta_b} \tag{7}$$

联立啮合方程和螺旋面方程可得

$$\theta = \tan^2\beta_b(u - \tan\alpha_t) \tag{8}$$

将式(8)代入螺旋面方程，即可得到接触迹方程为

$$\begin{cases} x = r_b\cos[u + \tan^2\beta_b(u - \tan\alpha_t)] \\ \quad + r_b u\sin[u + \tan^2\beta_b(u - \tan\alpha_t)] \\ y = r_b\sin[u + \tan^2\beta_b(u - \tan\alpha_t)] \\ \quad - r_b u\cos[u + \tan^2\beta_b(u - \tan\alpha_t)] \\ z = r_b\tan\beta_b(u - \tan\alpha_t) = (\sqrt{r_1^2 - r_b^2} \\ \quad - \sqrt{r^2 - r_b^2})\tan\beta_b \end{cases} \tag{9}$$

3 展成磨齿三截面扭曲产生机理

接触轨迹为齿面上的一条空间曲线，对于斜齿轮来说接触轨迹与齿轮端截面不重合，因此端截面廓形上的每一点都对应一条单独的接触轨迹(见图2)。由于齿向修形曲线叠加在齿面分度圆螺旋线上，对于齿面上的每一个端截面廓形，其齿顶、分度圆及齿根对应不同齿向修形量的接触轨迹。显然，上端面和下端面处齿向修形量最大，引起的齿形压力角偏差最大且方向相反，整个齿面发生扭曲现象(见图3)。

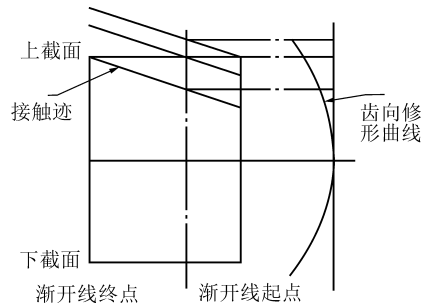


图2 扭曲形成

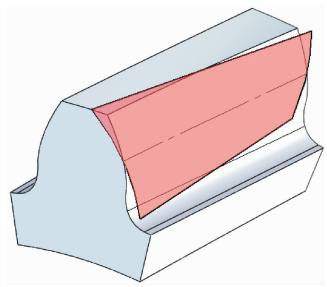


图3 齿面扭曲现象

分析可知，齿面扭曲是展成磨削加工中存在的原理性误差。扭曲的形成需要具备两个条件：一是螺旋角不为零的斜齿轮，二是齿向有鼓形修形要求。当螺旋角不为零时，接触轨迹才会与齿轮端面形成夹角。当齿向有鼓形修形时，磨削过程中砂轮与工件在轴向进刀时中心距不断变动，在不同截面上产生不同的鼓形量，倾斜的接触轨迹以不同的鼓形量包络成齿面，发生齿面扭曲。

4 展成磨齿三截面扭曲值计算

计算齿面扭曲前，首先需要规定扭曲的检测及评定标准。如图 4 所示，沿齿宽的 10%、50%、90% 分别截取与端面平行的三个齿形位置 1、2、3，沿齿高方向上分别截取与齿顶平行的三个导程位置 1、2、3，r_s 为渐开线起始圆半径，r_e 为渐开线终止圆半径减去 0.5mm，r 为分度圆半径。r_e 为渐开线终止圆半径减去 0.5mm 是因为常规齿轮的渐开线终止圆半径即为齿顶圆半径，齿顶圆与齿面的交线无法通过测头检测，因此需要在半径方向下降 0.5mm 以满足实际检测需要。

利用常规的齿轮检测中心即可测出齿形三截面的倾斜偏差 $f_{H\alpha}$ 和齿向三截面的倾斜偏差 $f_{H\beta}$，一般截面 1 和截面 3 的倾斜方向相反。$f_{H\alpha}$ 与 $f_{H\beta}$ 的大小相关，当齿形扭曲消除后齿向扭曲也随之消除，故定义齿形三截面中齿形位置 1 与齿形位置 3 的 $f_{H\alpha}$ 差值作为齿面扭曲的评价及计算标准值。

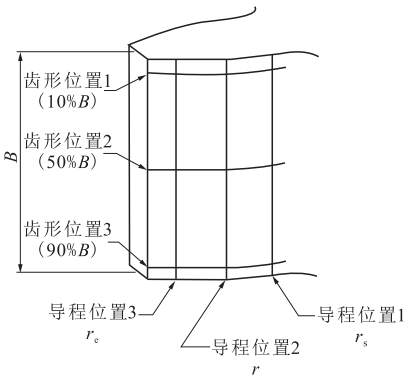


图 4 扭曲检测

展成磨削斜齿轮时，当砂轮中心在齿宽中部时刻，接触轨迹同分度圆的交点与齿宽中点有一个高度差 S_v，如图 5 所示，S_v 的大小与齿轮的模数和分度圆螺旋角有关，公式为

$$S_v = \frac{\pi M_n}{4}\sin\beta \tag{10}$$

式中，M_n 为齿轮法向模数；β 为分度圆螺旋角。

假设齿向修形曲线为二次曲线，以齿宽中部为原点，齿宽方向为 Z 轴，齿向修行量大小为 Y 轴，建立如图 6 所示坐标系，齿向修形曲线方程为

$$f(z) = \left[\frac{G_{max}}{(0.4B - S_v)^2}\right](z - S_v)^2 \tag{11}$$

式中，G_{max} 为最大齿向修形量；B 为齿宽。

展成磨齿向修形通过不断改变砂轮与工件中心距实现，中心距改变后渐开线发生变位，绕着齿轮轴线旋转了一定角度。由于齿向修形叠加在分度圆上，因此转动的角度可以表示为 $\theta = f(z)/r$，此时 r_e 转动的距离为 $r_e\theta$，r_s 转动的距离为 $r_s\theta$。

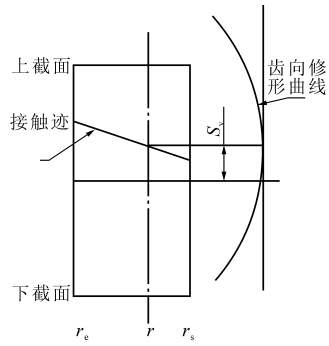


图 5 左齿面展开

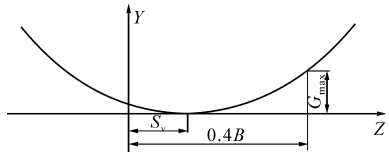


图 6 修形曲线坐标系

由接触曲线方程可以看出，在磨削过程中接触曲线的轴向高度不变。则可得出接触曲线上渐开线终点 r_e 到分度圆沿齿轮轴向距离为

$$L_1 = \left|\left(\sqrt{r_e^2 - r_b^2} - \sqrt{r^2 - r_b^2}\right)\tan\beta_b\right| \tag{12}$$

接触曲线上分度圆到渐开线起点 r_s 的轴向距离为

$$L_2 = \left|\left(\sqrt{r_s^2 - r_b^2} - \sqrt{r^2 - r_b^2}\right)\tan\beta_b\right| \tag{13}$$

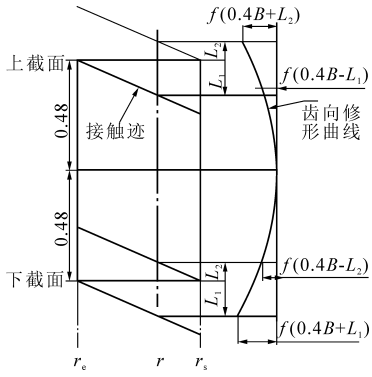


图 7 扭曲值计算

如图 7 所示，当接触曲线在 r_e 点与上截面相交时，接触曲线上分度圆 r 点处对应的修形量为 $f(0.4B - L_1)$，此时上截面中 r_e 点的修形量为 $f(0.4B - L_1)r_e/r$。同理，当接触曲线在 r_s 点与上截面相交时，上截面中 r_s 点的修形量为 $f(0.4B + L_2)r_s/r$。

设上截面扭曲量为 T_1，则

$$T_1 = f(0.4B - L_1)r_e/r + f(0.4B + L_2)r_s/r \tag{14}$$

同理，下截面扭曲量为 T_2，则

$$T_2 = f(0.4B + L_1)r_e/r + f(0.4B - L_2)r_s/r \tag{15}$$

可得齿面扭曲量为

$$T = T_1 + T_2 \tag{16}$$

式中，T，T_1，T_2 即为实际计算的 $f_{H\alpha}$ 值。

以某斜齿轮为例，用上述方法将扭曲计算值与实际检测值对比验证，齿轮参数见表1。

表1 斜齿轮参数

齿数	法向模数(mm)	压力角(°)	螺旋角(°)
24	3.74	21	16.404
鼓形量(mm)	齿宽(mm)	渐开线起始点半径 r_s(mm)	渐开线终止点半径 r_e(mm)
0.0118	33.5	44.864	53.075

计算可得该齿轮扭曲值为0.0194mm，齿轮检测中心实际检测结果为0.02mm，误差仅为0.0006mm。选择多种齿轮参数进对比行验证，结果见表2。

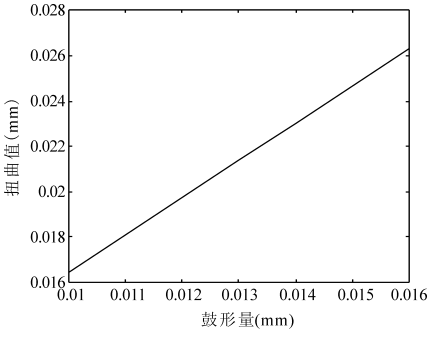
表2 对比验证结果 (mm)

零件	鼓形量(80%)	计算	检测	误差
1	0.0118	0.0194	0.02	0.0006
2	0.0079	0.0036	0.0035	0.0001
3	0.0128	0.0323	0.0365	0.0042
4	0.0119	0.0226	0.0219	0.0007
5	0.0132	0.0458	0.0418	0.0040
6	0.012	0.0376	0.0392	0.0016
7	0.013	0.037	0.0397	0.0027

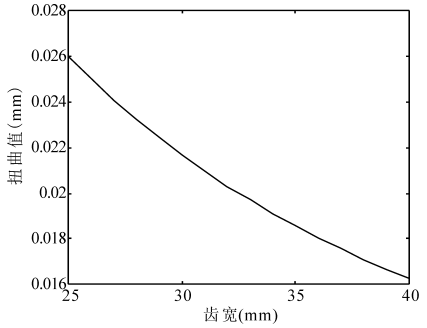
可见，扭曲计算值与实测值误差最大为0.0042mm。考虑到计算误差与检测误差，该误差值在可接受范围内，具备预测指导意义。

5 计算齿面扭曲值的工程应用价值

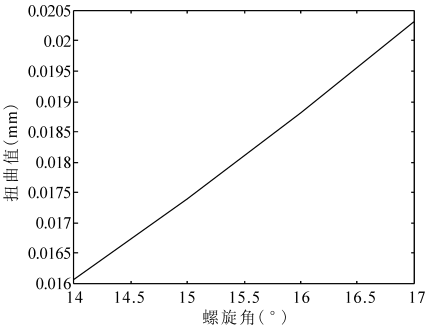
分析计算过程可知，影响扭曲大小的因素主要有齿宽、螺旋角、齿向修行鼓形量，分别绘制影响关系曲线见图8。由图可见：①当鼓形量、齿宽一定的情况下，螺旋角越大，齿面扭曲值越大；②当螺旋角、齿宽一定的情况下，鼓形量越大，齿面扭曲值越大；③当鼓形量、螺旋角一定的情况下，齿宽越大，齿面扭曲值越小。



(a)齿向鼓形量对扭曲值的影响



(b)齿宽对扭曲值的影响



(c)螺旋角对扭曲值的影响

图8 齿轮参数对齿面扭曲值的影响

齿面抗扭曲加工一般是通过对砂轮的特殊修整来反向补偿齿面扭曲，并采用对角窜刀法磨削，对设备控制精度要求高，砂轮有效利用率仅为常规磨削的50%左右，抗扭曲程序的核心算法也被进口设备垄断，程序模块采购成本高，通用性差。因此，通过计算预测自然扭曲值大小，可指导设计者在设计齿轮参数时进行适当优化，从源头减小齿面扭曲程度，降低加工难度和生产成本。

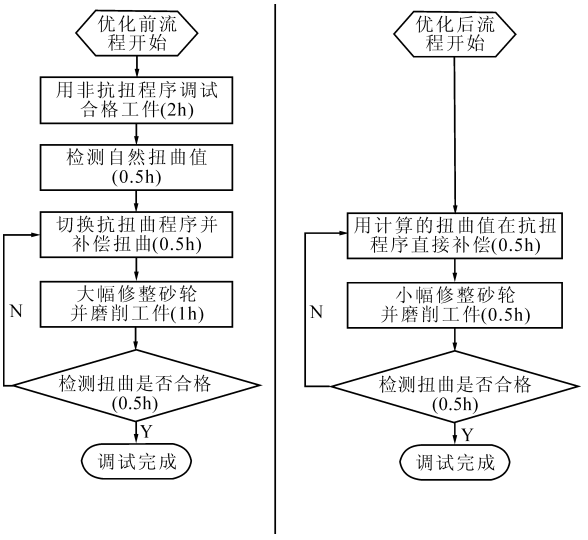


图9 利用齿面扭曲计算优化调试流程

利用齿面扭曲计算优化调试流程见图9。常规的三截面抗扭曲设备加工调试流程为：先采用非抗扭曲程序加工带自然扭曲的合格工件，再检测自然

扭曲大小,然后将设备切换为抗扭曲程序进行扭曲补偿加工。对于砂轮修整来说,因自然扭曲与抗扭曲对应的齿形压力角误差较大,一般在 0.04mm 以上,需要大幅度修整和反复调试,花费时间在 4.5h 以上。

通过本文计算方法提前预测齿面扭曲值,可省去非抗扭加工及检测自然扭曲两个过程,砂轮修整量大幅减少,调试流程更加简洁,花费时间降至 1.5h,现已在批量生产中推广应用,取得良好效果。

6 结语

通过对展成磨齿砂轮与工件的接触迹求解和齿面扭曲产生机理的分析,给出了扭曲值检测评价及计算方法,经过与实际加工工件的扭曲检测值进行对比,验证该方法正确,计算误差在可接受范围内。将扭曲值计算预测在工程中应用,可指导齿轮参数优化,简化抗扭曲加工设备调试流程,降低设备调试难度和加工成本,有效助力国产设备抗扭曲功能的进一步完善和推广应用。

参考文献

[1]夏冬. 复杂齿面连续展成磨削的运动几何学建模[D]. 重庆:重庆大学,2016:32 - 38.

[2]孔二方. 蜗杆砂轮磨削异形螺旋曲面中的齿面扭曲补偿方法研究[D]. 重庆:重庆大学,2015:12 - 24.

[3]刘鹏祥. 考虑连续展成磨齿工艺的拓扑修形齿轮设计方法研究[D]. 重庆:重庆大学,2017:47 - 52.

[4]吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 西安:机械工业出版社,2009.

第一作者:闫鹏辉,工程师,陕西法士特齿轮有限责任公司,710000 西安市

First Author: Yan Penghui, Engineer, Shanxi Fast Gear Co., Ltd., Xi'an 710000, China

《工具热处理技术与实践》

由成都工具研究所教授级高级工程师李惠友编著的“工具热处理技术与实践”一书近日由机械工业出版社在京出版。该书收集了半个世纪以来中、俄、英、日 4 种文字与工具钢和工具热处理有关的期刊杂志和专著的文献资料,并结合作者自己的研究成果和文章、著作,历经 10 多年的整理加工,编著成书。

该书作者在成都工具研究所从事工具热处理技术的研究工作已经 50 余年,先后荣获四川省科技进步一等奖,国家科技进步二等奖;曾主持和参与召开了 7 届全国工具钢和工具热处理学术会议;深入调研过全国主要专业工具厂的热处理车间;编写过全国热处理学会主编的热处理手册中“工具热处理”一章的第 1 版到第 4 版;发表过数十篇专业学术文章,著有“QPQ 技术的原理与应用”等专著;该书作者了解我国工具热处理的情况和需求,书中的内容很有针对性。

该书有以下特点:

1. 叙述全面,该书共 40 多万字,从工具钢的相变理论、工具的选材、热处理工艺、热处理质量检测及缺陷分析、典型工具的热处理、高速钢的表面强化到工具热处理的加热技术,对工具热处理进行了全面论述。

2. 内容实用:该书紧密结合工具厂的生产实际,可操作性强。书中包括大量国内外成功的经验和试验数据,很多资料对改进现有的生产工艺很有参考价值。

3. 资料鲜有:书中很多资料属国内鲜见或未见,很多内容直接引用尚未翻译的原文专著或原文期刊文献。

4. 有一定的理论叙述:该书全面、精简、厄要地介绍了工具钢热处理时的相变过程,其资料来源多为有关工具钢的经典著作或较为新新颖的试验资料。加热相变时奥氏体形成过程的图片显示方法,国内鲜见。

5. 专门开辟一章全面叙述工具钢中的碳化物和晶粒度等微观组织和力学性能,并且与工具寿命联系起来,在以往的著作中尚未见到。

6. 该书涵盖作者多年来的试验成果和专业论文的内容,其中有高速钢分级淬火、高速钢真空淬火、高速钢 QPQ 处理、高速钢工具氧氮化、高速钢工具刃磨烧伤、高速钢碳化物偏析、高速钢深冷处理等方面的内容。

7. 该书还介绍了一些尚未大量推广应用的技术,例如工具的激光热处理、工具的离子注入等,可以更全面了解世界范围内工具热处理技术发展的过程和路径,从中得到启发。

该书对我国工具热处理工作者具有参考价值,并有一定的学术水平,特此向与工具热处理技术相关的读者推荐此书。