

# 直齿锥齿轮螺旋线修形多目标回归方程优化分析

谭大庆<sup>1</sup>, 胡韶华<sup>2</sup>, 万元<sup>3</sup>, 谭伟<sup>4</sup>

<sup>1</sup>重庆工业职业技术学院机械工程学院; <sup>2</sup>重庆工程职业技术学院电气工程学院;

<sup>3</sup>中国兵器工业第五九研究所精密成形中心; <sup>4</sup>重庆工商大学机械工程学院

**摘要:** 根据直齿锥齿轮螺旋线修形原理,通过 KISSsoft 软件研究了螺旋线修形量、齿廓修形量、螺旋线修形因子 I 与 II 对最大齿面接触应力、响应量传动误差峰值差、半轴齿根最大弯曲应力及星齿根最大弯曲应力产生的影响,基于 Minitab 软件设计了全因子测试方案,针对不同响应量构建了回归方程优化参数。研究结果表明:齿廓修形量逐渐增大时,传动误差峰值差减小,齿面最大接触应力先减小再增大而后又继续减小,弯曲应力先快速增大接着保持缓慢增加,半轴齿根弯曲应力先降低再升高。以 Minitab 响应优化器优化修形参数,各响应量误差率均在 3% 内,证明基于 Minitab 软件构建的回归模型可以实现响应量变化情况的准确预测。

**关键词:** 齿轮修形; 直齿锥齿轮; 多目标优化; 回归方程; 响应量; 误差率

中图分类号: TH132.421

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1000-7008.2021.12.024

## Multi-objective Regression Equation Optimization Analysis for Helical Modification of Spur Bevel Gear

Tan Daqing, Hu Shaohua, Wan Yuan, Tan Wei

**Abstract:** According to the principle of spur bevel gear helix modification, the impact of the helix modification measure, the tooth profile modification, helix modification factors I and II on maximum tooth surface contact stress, peak value difference of the transmission error, the maximum bending stress of half shaft gear tooth and of star tooth root are studied with KISSsoft. The full-factor test scheme is designed with Minitab, and the optimized parameters of the regression equation are constructed for different response quantities. The results show that with the gradual increase of tooth profile modification, the peak difference of transmission error decreases, the maximum contact stress of tooth surface decreases first and then increases and then continues to decrease, the bending stress increases rapidly at first and then keeps increasing slowly, and the bending stress of semi-shaft tooth root decreases first and then increases. The Minitab response optimizer is used to optimize the modification parameters, and the error rates of each response quantity are all less than 3%, which indicates that the regression model built by Minitab could achieve accurate prediction of response quantity changes.

**Keywords:** gear modification; straight bevel gear; multi-objective optimization; regression equation; response; error rate

## 1 引言

减速箱属于汽车传动系统的一个重要组成部

基金项目: 重庆市教委科学研究重大课题(KJZD-K201903401)  
收稿日期: 2021 年 4 月

件,能为汽车运行控制过程传递动力并具备转矩分配的功能,因此汽车性能受减速箱性能的直接影响<sup>[1-3]</sup>。直齿锥齿轮属于减速箱中发挥动力传递作用的零件,可以通过改善直齿锥齿轮控制性能来减小传动误差、噪声并降低冲击振动程度,确保减速箱

- [10] 吴雪峰, 刘亚辉, 毕淞泽. 基于卷积神经网络刀具磨损类型的智能识别[J]. 计算机集成制造系统, 2020, 26(10): 2762-2771.
- [11] 唐利平, 刘海雄. 刀具磨损状态特征参数提取与识别方法研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2019(10): 10-14, 19.
- [12] 牛博雅, 杨斌, 孙杰. 面向生产现场的刀具磨损状态监测研究[J]. 制造技术与机床, 2020(11): 104-109.
- [13] 朱翔, 谢峰, 李楠. 基于长短期记忆神经网络的刀具磨损状态监测[J]. 制造技术与机床, 2019(10): 112-

- 117.
- [14] 李玲华, 李鸣, 张宇. 基于 OpenCV 的嵌入式数控刀具磨损检测系统开发[J]. 机床与液压, 2019, 47(22): 103-106.
- [15] 郝碧君, 陈妮, 李亮, 等. 基于小波包分析和 LS-SVM 的钻削刀具状态识别研究[J]. 工具技术, 2019, 53(12): 3-9.
- 作者:傅伟玉,讲师,江苏财经职业技术学院,223003 江苏省淮安市
- Author: Fu Weiyu, Lecture, Jiangsu Vocational College of Information Technology, Huai'an, Jiangsu 223003, China

在传动阶段保持稳定运行状态,同时进一步延长使用寿命。目前,大部分研究人员均利用齿廓与螺旋线修形的方法提升齿轮传动性能<sup>[4-6]</sup>。其中,齿廓修形可以降低齿轮在啮入啮出阶段产生的冲击作用,从而减小传动过程中形成的噪声并降低振动幅度;螺旋线修形可以形成更优的齿面接触状态,在靠近中部的区域形成最大齿面应力接触点,使齿面获得更强承载性能,避免产生齿端的端啮现象<sup>[7-9]</sup>。

杨硕文等<sup>[10]</sup>利用 KISSsoft 软件实现了人字齿轮副的修形优化过程,并选择法向载荷、传递误差以及齿面载荷分布状态作为判断指标,综合考虑轴线平行度与转矩,深入探讨了齿廓修形以及螺旋线修形引起的性能评价指标变化。陈霞等<sup>[11]</sup>分别测试了圆弧、直线及旋转渐开线三种齿廓修形方法造成的齿轮传动误差、齿轮载荷分配率、啮合刚度差异性。

根据齿廓修形与螺旋线修形的原理,通过 KISSsoft 软件研究了螺旋线修形量、齿廓修形量、螺旋线修形因子 I 与 II 对最大齿面接触应力、响应量传动误差峰值差、半轴齿根最大弯曲应力及行星齿根最大弯曲应力产生的影响,采用 Minitab 软件设计了全因子测试方案,针对不同响应量构建了回归方程,同时选择传动误差峰值差最小、行星齿根弯曲应力  $\sigma_2 \leq 1100 \text{ MPa}$  以及齿面最大接触应力最小作为优化参数,计算得到行星齿轮螺旋线修形量、齿廓修形量和螺旋线修形因子 I 与 II。

## 2 齿轮修形的基本方法

### 2.1 齿廓修形

沿齿高方向完成齿廓的修形,从而避免因传动变形导致传动干涉的现象;降低受力引起的齿面变形成传动误差变化,从而减小啮入啮出过程的冲击作用,达到更稳定的传动状态。目前主要存在圆弧修形、压力角修形、齿廓鼓形修形和旋转渐开线修形等四种廓修形方法<sup>[12]</sup>,文中选择齿廓鼓形的修形方法。图 1 给出了齿廓修形的具体过程,  $H$  表示齿廓修形长度。

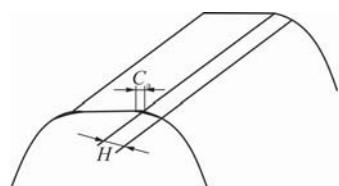


图 1 齿廓修形

考虑到锥齿轮的小端与大端存在不同的模数,各自的修形长度也有明显差异,齿廓修缘起始点与

齿顶之间的修形长度以及小端与大端之间的修形长度表达式为

$$H = P_b (\varepsilon - 1)$$

$$h_2 = h_1 ((R - b)/R)$$

式中,  $P_b$  为齿轮基节;  $\varepsilon$  为重合度;  $h_1$  为小端修形长度;  $h_2$  为大端修形长度;  $R$  为理论锥距;  $b$  为齿宽。

结合前期经验与公式计算结果,设定齿轮齿廓修形量  $C_a$  介于  $0 \sim 60 \mu\text{m}$  之间。

### 2.2 螺旋线修形

对螺旋线进行修形的过程是沿螺旋线方向依次切除部分小端与大端,获得接触状态更优的齿面,使齿面均匀受力,有效降低偏载与端啮的程度。对直齿锥齿轮进行修形的方式包括螺旋线修形、螺旋线鼓形修形及圆弧梯形修形三种<sup>[13,14]</sup>。

直齿锥齿轮在传动阶段受到较大载荷作用,故选择螺旋线偏心鼓形修形的方式完成螺旋线修形。进行修形时,需控制小端修形量及螺旋线修形因子 I、II 三个参数,图 2 给出了螺旋线偏心鼓形修形的具体过程,图 2a 与图 2b 分别为单齿修形前后得到的俯视图,其中, I 表示小端, II 表示大端,  $C_1$  是小端修形量,  $C_2$  是大端修形量,  $b_x$  为沿螺旋线方向小端与中点之间的距离,  $b_F$  为沿螺旋线方向进行修形的长度。螺旋线修形因子 I 与 II 的计算式为

$$f_1 = b_x/b_F$$

$$f_2 = C_2/C_1$$

结合前期经验,设定螺旋线修形量范围为  $0 \sim 80 \mu\text{m}$ ,螺旋线修形因子 I ( $f_1$ ) 与 II ( $f_2$ ) 取值范围分别对应  $[0.2, 0.8]$  与  $[0.4, 2]$ 。

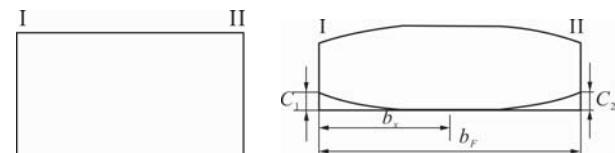


图 2 修形前后螺旋线鼓形修形

## 3 修形量与响应量的关系

采用 KISSsoft 软件构建得到直齿锥齿轮模型,进行齿轮修形,之后进行仿真测试获得修形量和响应量的相互关系。直齿锥齿轮参数见表 1。

表 1 直齿锥齿轮基本参数

基本参数	行星齿轮	半轴齿轮
模数 (mm)		5.855
齿数	11	17
压力角 (°)		24.6
齿宽 (mm)		28.5
分锥角 (°)	36.22	52.18

### 3.1 传动误差峰值差

图 3 给出了传动误差峰值变化曲线,方实线齿廓修形量表示 0~60 μm 区间范围内形成的传动误差峰值差,逐渐增大齿廓修形量时,传动误差峰值差减小;圆实线表示螺旋线修形因子,当螺旋线修形量介于 0~80 μm 之间时,在不同螺旋线修形量下的传动误差峰值差保持稳定状态;上三角实线表示螺旋线修形量 10 μm 及修形因子 II 为 1 的情况下修形因子 I 和传动误差峰值差之间的变化曲线;下三角实线表示螺旋线修形量为 10 μm 及修形因子 I 为 0.2 的状态下修形因子 II 和传动误差峰值差之间的变化曲线。由图可知,螺旋线修形以及修形因子 I、II 发生了明显重叠,并且在不同的螺旋线修形量、因子 I 以及因子 II 条件下,均获得了基本一致的传动误差峰值差。

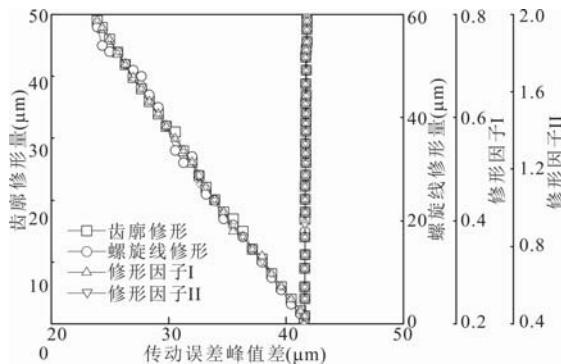


图 3 传动误差峰值变化曲线

### 3.2 齿面最大接触应力

图 4 给出了不同齿面最大接触应力的变化曲线。可以看到,齿廓修形量增加时,应力发生了先减小再增大而后继续减小的变化趋势,最小值出现在 2 μm 位置处。螺旋线修形因子 I 与 II 依次在 0.26 与 0.8 时达到最低齿面最大接触应力。

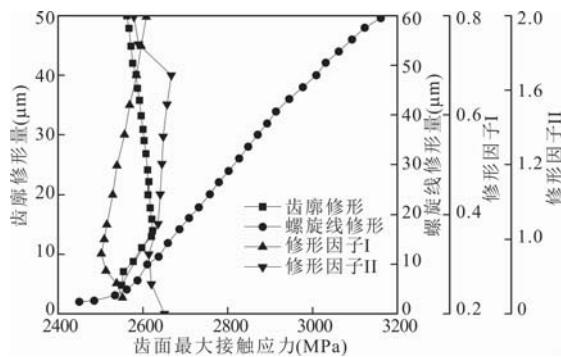


图 4 齿面最大接触应力变化曲线

### 3.3 行星齿轮齿根弯曲应力

图 5 给出了行星齿轮齿根弯曲应力的变化曲线。逐渐提高齿廓修形量时,弯曲应力出现先快速增大、接

着保持缓慢增加的现象;提高螺旋线修形量时,弯曲应力的变化为先减小再增大,最小值出现在 11 μm 位置处;分析因子 I 与 II 可以发现,当因子 I 增大时,应力持续减小;当因子 II 为 0.43 时,获得最小应力。

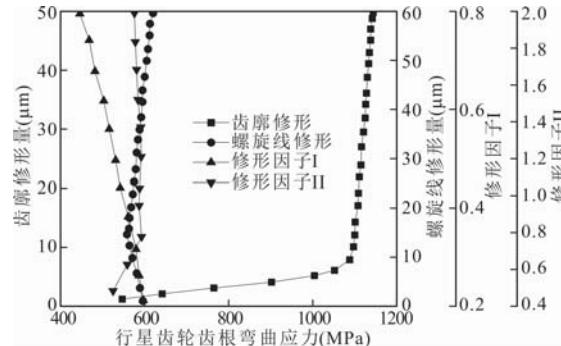


图 5 行星齿轮齿根弯曲应力变化曲线

### 3.4 半轴齿根弯曲应力

图 6 显示了半轴齿根弯曲应力的变化曲线。逐渐提高齿廓修形量时,应力总体呈现逐渐减小的变化规律;对螺旋线修形量及因子 I 与 II 进行分析可发现,当修形量增大时,半轴齿根的弯曲应力变化规律与行星齿根相近。逐渐增大螺旋线修形量时,半轴齿根弯曲应力先降低再升高,并在 14 μm 时达到最小。当螺旋线修形因子 II 为 0.48 时,获得最小半轴齿根弯曲应力。

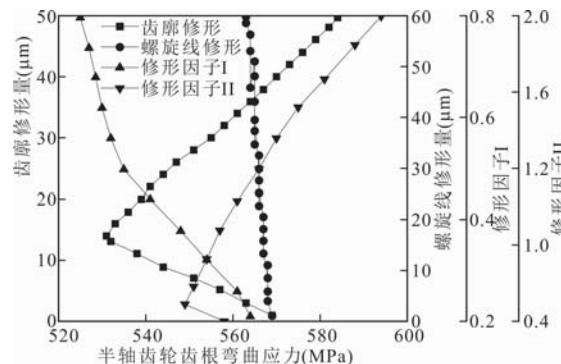


图 6 半轴齿轮齿根弯曲应力变化曲线

## 4 基于回归方程的修形参数优化

以 Minitab 响应优化器优化修形参数,优化目标包括获得最小的传动误差峰值差、最小的齿面最大接触应力与行星齿根弯曲应力  $\sigma_2 \leq 1100 \text{ MPa}$ 。

表 4 给出了参数优化的结果。可以看到,螺旋线修形量为 10 μm,齿廓修形量为 40 μm,螺旋线修形因子 I 与 II 分别为 0.361 与 0.5。

为了对上述模型优化结果进行准确性验证,比较了回归模型预测结果和实际值之间的差异,具体

见表5。其中,传动误差峰值差为0.05%,行星齿根弯曲应力为0.65%,齿面最大接触应力为2.56%,半轴齿根弯曲应力为0.39%。各响应量误差率均在3%以内,表明以Minitab软件构建的回归模型可以实现响应量变化情况的准确预测。

表4 优化后修形值

参数	修形量(μm)		螺旋线修形因子	
	齿廓	螺旋线	I	II
数值	38.85	10.08	0.3526	0.5115

表5 预测值与实际值参数结果

参数	预测值	实际值	误差率
传动误差峰值差(μm)	25.84	25.81	0.06%
齿面最大接触应力(MPa)	2429.63	2482.51	2.46%
行星齿根弯曲应力(MPa)	1173.15	1164.22	0.61%
半轴齿根弯曲应力(MPa)	541.42	543.29	0.42%

表6给出了修形量优化前后得到的4个响应量差异性对比结果。可以看到,经过优化处理后,传动误差峰值差减小11.25%,行星齿根弯曲应力减小4.24%,齿面最大接触应力减小3.46%,半轴齿根弯曲应力减小5.78%。对比表5可发现,优化后的齿轮达到了更稳定的传动状态,并且显著降低了噪声。

表6 响应量优化参数结果

参数	修形前	修形后	优化率
传动误差峰值差(μm)	29.96	27.15	9.16%
齿面最大接触应力(MPa)	2546.32	2506.62	3.01%
行星齿根弯曲应力(MPa)	1106.63	1055.72	4.15%
半轴齿根弯曲应力(MPa)	559.96	531.73	5.21%

## 5 结语

(1)逐渐增大齿廓修形量时,传动误差峰值差减小,齿面最大接触应力先减小再增大而后又继续减小,弯曲应力先快速增大接着保持缓慢增加状态,半轴齿根弯曲应力先降低再升高。

(2)以Minitab响应优化器优化修形参数,各响应量误差率都在3%以内,表明以Minitab软件构建的回归模型可以实现响应量变化情况的准确预测。优化后的齿轮达到了更稳定的传动状态,且显著降低了噪声。

## 参考文献

- [1]王宸,向长峰,王生怀.变尺度教与学算法的公差分配多目标优化研究[J].制造技术与机床,2019(10):95-98.
  - [2]赵仙保,韩念琛,宣征南.不同赋权法在减速箱健康状态评价中的应用研究[J].现代制造工程,2019(4):155-160,95.
  - [3]徐金海,徐雷,汪宏,等.基于振动分析的电梯状态监测技术研究[J].机电工程,2019,36(3):279-283.
  - [4]杨树峰,王晓鹏,陈超,等.高速动车组齿轮箱设计研究现状及趋势[J].机床与液压,2021,49(4):173-179.
  - [5]蒋进科,方宗德,刘红梅.Ease-off拓扑修形准双曲面齿轮齿面数控修正[J].重庆大学学报,2021,44(2):25-33.
  - [6]张丽芳,苏建新,师恩冰,等.RV减速器摆线轮拓扑修形齿廓研究[J].机床与液压,2021,49(3):11-14.
  - [7]汪中厚,王伟功,刘欣荣,等.基于轴交角误差的齿轮修形快速算法[J].机械强度,2021,43(1):175-182.
  - [8]薄悦,赵玉凯.一种地铁齿轮箱的主动齿轮修形方法[J].机械设计,2020,37(S2):17-19.
  - [9]沈浩,熊禾根.二级行星齿轮减速器齿向修形优化设计[J].组合机床与自动化加工技术,2020(11):150-152,157.
  - [10]杨硕文,贺迪,唐进元,等.基于KISSsoft软件的人字齿轮传动修形设计研究[J].机械传动,2018,42(1):1-6.
  - [11]陈霞,汪姣,夏巨湛,等.直齿圆锥齿轮修形仿真[J].机械科学与技术,2009,28(3):386-390.
  - [12]Zheng F,Zhang M,Zhang W,et al.On the deformed tooth contact analysis for forged bevel gear modification [J].Mechanism and Machine Theory, 2019, 135 (5): 192-207.
  - [13]江丹平,张向军,陈万朋,等.应用Minitab进行实验测量系统分析改进实例[J].计量技术,2019(9):43-47.
  - [14]马晓丽,刘礼,王立强,等.基于全因子实验设计的离子抛光工艺研究[J].电子显微学报,2019,38(3):276-280.
- 第一作者:谭大庆,副教授,重庆工业职业技术学院机械工程学院,400050 重庆市
- First Author:Tan Daqing, Associate Professor, School of Mechanical Engineering, Chongqing Industry Polytechnic College, Chongqing 400050, China